CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
" PETRU MOROŞAN-TRIDENT "
Ediţia a X-a , Secţiunea A (M_1),
Brăila, 9- 11. 11. 2012

CLASA a XII a

1. a) Să se determine $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funcţie care admite primitive dacă $\underbrace{(f\circ f\circ\ldots\circ f)}_{2013 ori}(x)=x, \forall x\in\mathbb{R}.$

b) Să se arate că există $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funcţie care nu admite primitive astfel încât $\underbrace{(g\circ g\circ\ldots\circ g)}_{2012 ori}(x)=x, \forall x\in\mathbb{R}.$

Dan Negulescu, Brăila

2. Pe mulţimea $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ se defineşte operaţia $(a,b)*(c,d)=(ac+5bd, ad+bc).$ Fie mulţimea $S=\left\{(u,v)\in\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^* \middle| u^2-5v^2=1\right\}.$

a) Calculaţi $\underbrace{(9,4)*(9,4)*\ldots*(9,4)}_{n \text{ ori}}, n\geq 1.$

b) Arătaţi că S are o infinitate de elemente.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

3. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{\arccos\dfrac{1-x^4}{1+x^4}}{2(x^2+1)}$ şi F este o primitivă a lui f care se anulează în $x_0=0.$

Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}F(x).$

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.