CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROŞAN-TRIDENT ”
Ediţia a X-a , Secţiunea A (M_1),
Brăila, 9 - 11. 11. 2012

CLASA a IX a

1. În triunghiul ABC fie N mijlocul laturii $(AC), AD \perp BC, D \in (BC), P \in (AD)$ astfel încât $\measuredangle ABP \equiv \measuredangle NBC$. Dacă $(AP) \equiv (PD)$, să se demonstreze că $m(\measuredangle BAC) = 90^0$.

Marius Damian, Brăila

2. Din mulţimea $\{1, 2, 3, ..., 2n, 2n+1\}, (n \in \mathbb{N}^*,\ \text{fixat})$ alegem la întâmplare $n+1$ numere distincte a căror sumă o notăm cu S_n.

a) Determinaţi cea mai mică valoare pentru S_n, respectiv pe cea mai mare.

b) Arătaţi că pentru orice alegere a celor $n+1$ numere fie unul dintre ele este $n+1$ sau există două numere a căror sumă este este $2n+2$.

Dan Negulescu, Brăila

3. Fie un triunghi ABC cu laturile de lungimi a, b, c. Demonstraţi că

$$\left\{\frac{a^3+b^3+c^3}{\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a+b+c\right)}\right\} \in \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right).$$

Pentru $x \in \mathbb{R}, \{x\}$ reprezintă partea fracţionară a lui x.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.