CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
" PETRU MOROŞAN -TRIDENT "
Ediţia a X-a , Secţiunea B (M_2),
Brăila, 09 - 11.11. 2012

CLASA a IX a

1. Fie M un punct în interiorul triunghiului ABC şi G_A, G_B, G_C respectiv centrele de greutate ale triunghiurilor MBC, MAC, MAB. Să se arate că $\overrightarrow{AG_A}+\overrightarrow{BG_B}+\overrightarrow{CG_C}=\vec{0}$ dacă şi numai dacă M este centrul de greutate al triunghiului *ABC*.

***

2. Arătaţi că ecuaţia: $\left[x+|x|\right]=\left|x+[x]\right|$ are ca soluţii doar numere naturale, unde $[x]$, $|x|$ reprezintă partea întreagă a lui x, respectiv modulul numărului x.

***

3. Fie $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ o progresie aritmetică de numere reale.

a) Arătaţi că oricare ar fi numerele naturale nenule distincte m,n,p, există cel puţin $\alpha\in\mathbb{Q}$ astfel încât $a_m=\alpha\cdot a_n+(1-\alpha)\cdot a_p$.

b) Arătaţi că dacă progresia conţine doi termeni raţionali, atunci $a_m\in\mathbb{Q}$, oricare ar fi $m\in\mathbb{N}^*$.

c) Dacă $\sqrt{2},\sqrt{3}$ sunt termeni ai progresiei aritmetice, atunci $a_m\in\mathbb{R}-\mathbb{Q}$, oricare ar fi $m\in\mathbb{N}^*$.

***

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.