ROMÂNIA
MINISTRUL EDUCAŢIEI, CERECTĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MUREŞ
Colegiul Naţional "Al. Papiu-Ilarian"
Târgu Mureş, str. Bernádz György nr. 12
Tel.: 0265/250598 Fax: 0265/214498
Email: office@papiu.com
www.papiu.ro

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
"Alexandru Papiu Ilarian"
26-27.10.2012
EDITIA a XVII - a
CLASA a VI - a
SOLUTII SI BAREM DE EVALUARE

ORICE REZOLVARE CORECTA, DIFERITA DE CEA PREZENTATA, SE PUNCTEAZA CU MAXIM.

Subiectul I.

Se consideră mulţimea $M = \{1,2,3 \ldots,2012\}$ şi mulţimile:

$A = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\} \cap M$, $B = \{3y + 2 \mid y \in \mathbb{N}\} \cap M$ şi $C = \{5z + 4 \mid z \in \mathbb{N}\} \cap M$

a) Determinaţi numărul elementelor mulţimilor A,B şi C
b) Determinaţi numărul elementelor comune celor trei mulţimi A,B şi C

Gazeta matematica (M.Perianu)

Solutie

1 punct din oficiu

a) A={1,3,5,…,2011} => Card A = (2011 – 1) : 2 + 1 = 1006 ; — 1 punct
B = {2,5,8,…,2012} => card B = (2012 – 2) :3 + 1 = 671; — 1 punct
C = { 4,9,14,19,…,2009} => card C = (2009 – 4) :5 +1 = 402 — 1 punct

b) daca n este un element comun n=2x+1, n=3y+2, n=5z+4 => — 1 punct
$n+1=2(x+1)=3(y+1)=5(z+1) \Rightarrow n+1 \vdots (2 \cdot 3 \cdot 5)$, — 1 punct
$n \leq 2012 \Rightarrow n \in \{29,59,\ldots,2009\}$ are 67 de elemente. — 1 punct

Subiectul II.

Pe o stradă unde casele sunt numerotate de la 1 la *n*, una dintre ele a fost demolată. Ştiind că media aritmetică a celor rămase este 51,15 să se afle ce număr avea casa demolată.

A. Martinov

Solutie

1 punct din oficiu

Fie S suma şi M media aritmetică a nr. caselor înainte de demolare. $M = \frac{S}{n} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n+1}{2}$ — 2 puncte
Pt. că 51<51,15<51,5 => M=51 sau M=51,5 => n=101 sau n=102. — 1 punct
Daca n=101 => S=5151 => 51,15=(5151 – x):100 => x = 36 — 1 punct
Daca n=102 => S=5253 => x=86,85 — 1 punct
Deci casa demolata avea nr. 36. — 1 punct

Probleme propuse si selectate de prof. Balint Attila Sandor, prof. Danciu Alin Florin, prof. Andreica Gheorghe, prof. Botez Radu, prof. Ginta Vasile

Subiectul III.

Arătaţi ca $N = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \cdots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 100$ nu este pătrat perfect.

Solutie

1 punct din oficiu

Observăm că începând cu al patrulea termen,
toţi termenii au ultima cifră 0 (pentru că apare produsul $2 \cdot 5$) 3 puncte
deci ultima cifră a lui N este ultima cifră a numărului $1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$, 2 puncte
adică 2, rezultă că N nu este pătrat perfect. 1 punct

Subiectul IV.

Fie punctele coliniare A,B,C şi D (în această ordine) astfel încât $AB + 2BC + 3CD = 2AD$. Determinaţi poziţia punctului $M \in (BC)$ cu proprietatea că $AM \cdot MC = MB \cdot MD$

Olimpiada de matematica 2000

Solutie

1 punct din oficiu

Notăm lungimile AB=x, BC=y, CD=z şi BM = a.

Din $AB + 2BC + 3CD = 2AD$ => x+2y+3z=2(x+y+z) =>z=x 2 puncte

Din $AM \cdot MC = MB \cdot MD$=> $a(x + y - a) = (x + a)(y - a)$ => 2 puncte

$ax + ay - a^2 = xy - ax + ay - a^2$ => a = y-a => y=2a => M mijlocul [BC]. 2 puncte

Probleme propuse si selectate de prof. Balint Attila Sandor, prof. Danciu Alin Florin, prof. Andreica Gheorghe, prof. Botez Radu, prof. Ginta Vasile