ROMÂNIA
MINISTRUL EDUCAŢIEI, CERECTĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MUREŞ
Colegiul Național "Al. Papiu-Ilarian"
Târgu Mureș., str. Bernádz György nr. 12
Tel.: 0265/250598 Fax: 0265/214498
Email: office@papiu.com
www.papiu.ro

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
"Alexandru Papiu Ilarian"
26-27.10.2012
EDITIA a XVII - a
CLASA a VII - a
SOLUTII SI BAREM DE EVALUARE

ORICE REZOLVARE CORECTA, DIFERITA DE CEA PREZENTATA, SE PUNCTEAZA CU MAXIM.

Subiectul I. Să se calculeze valoarea lui $(-1)^{y-x}$, unde

$$x=\left(\frac{1}{1000}+\frac{2}{1001}+\cdots+\frac{1001}{2000}-1001\right):\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{2000}\right),$$

$$y=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2001}\right)$$

Gazeta matematică 2012

Solutie

1 punct din oficiu

$x=\left(\frac{1}{1000}-1+\frac{2}{1001}-1+\cdots+\frac{1001}{2000}-1\right):\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{2000}\right)=$ 1 punct

$=\left(\frac{-999}{1000}+\frac{-999}{1001}+\cdots+\frac{-999}{2000}\right):\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{2000}\right)=$ 1 punct

$=-999\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{2000}\right):\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{2000}\right)=-999$ 1 punct

$y=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2001}\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2002}{2001}=1001$ 2 puncte

$(-1)^{y-x}=1$ 1 punct

Subiectul II. Arătaţi că numărul 13^n+7^n-2 este divizibil cu 9, oricare ar fi n număr natural.

Gazeta matematică 2012

Solutie

1 punct din oficiu

$13^n+7^n-2=(9+4)^n+(9-2)^n-2=M_9+4^n+(-2)^n-2$ 2 puncte

Pentru n=2k, avem$4^{2k}+(-2)^{2k}-2=2(2^{2k}+1)(2^{2k-1}-1)=M_3\cdot M_3=M_9$ 2 puncte

Pentru n=2k+1, avem$4^{2k+1}+(-2)^{2k+1}-2=2(2^{2k}-1)(2^{2k+1}+1)=M_3\cdot M_3=M_9$ 2 puncte

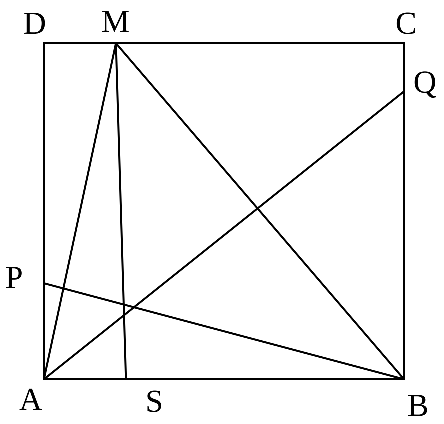
Probleme propuse si selectate de prof. Balint Attila Sandor, prof. Danciu Alin Florin, prof. Andreica Gheorghe, prof. Botez Radu, prof. Ginta Vasile

Subiectul III.

Pe latura CD = 7 cm, a unui pătrat ABCD se ia un punct M, $M \in (CD)$. Perpendicularele duse din vârfurile A şi B a triunghiului MAB pe laturile MB şi MA, intersectează laturile pătratului AD şi BC în punctele P, respectiv Q. Calculaţi : PA + QB

Solutie

1 punct din oficiu



Prin punctul de intersectie al inaltimilor se duce MS – inaltime 1 punct
Triunghiul BAP congruent cu triunghiul MSA(c.u) rezulta ca PA congruent cu AS 2 puncte
Analog,
Triunghiul MSB congruent cu triunghiul ABQ (c.u) rezulta ca BQ congruent cu SB 2 puncte

Rezulta ca lungimea cautata : PA + QB = 7 1 punct

Probleme propuse si selectate de prof. Balint Attila Sandor, prof. Danciu Alin Florin, prof. Andreica Gheorghe, prof. Botez Radu, prof. Ginta Vasile

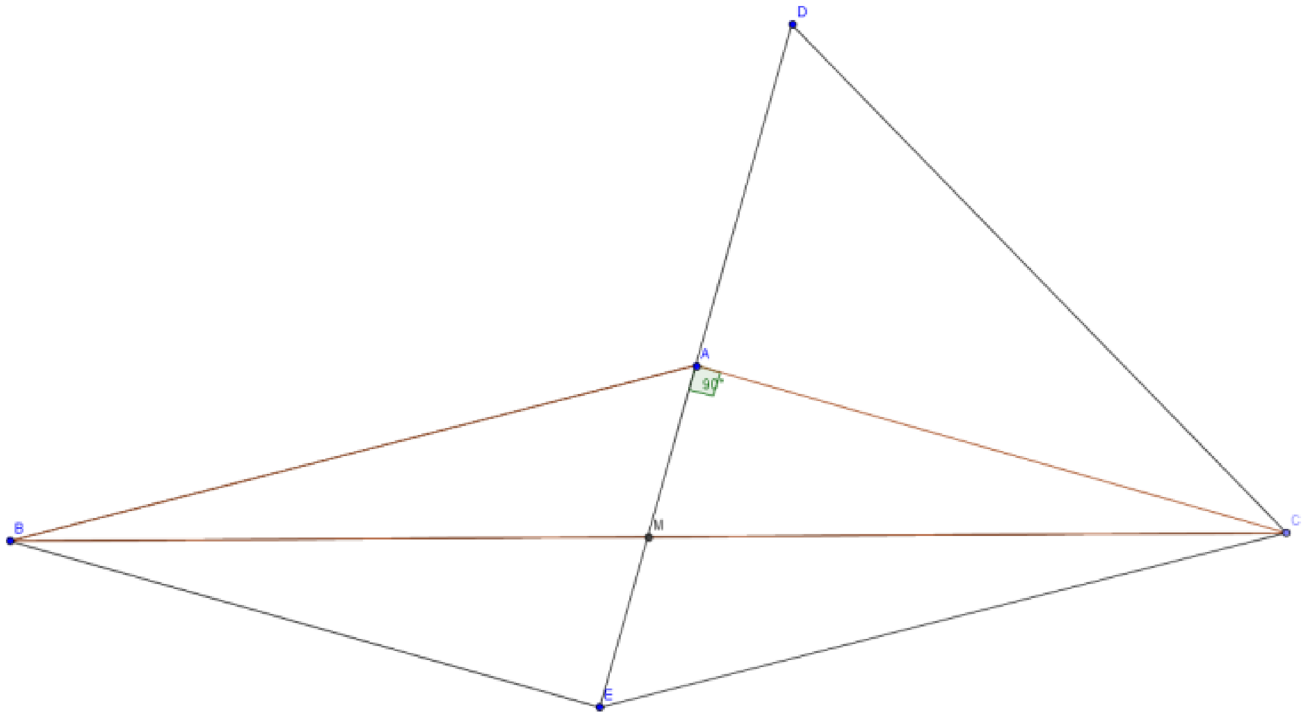
Subiectul IV.

Fie triunghiul ΔABC cu $m(\angle BAC) = 150^0$. Mediana AM, cu $M \in BC$ formează un unghi drept cu dreapta AC. Fie $D \in (MA$ astfel încât $DA = 2 \cdot AM$. Aflaţi $m(\angle ADC)$.

Elev, Alex Buna-Mărginean, Tg-Mureş

Solutie

1 punct din oficiu



Fie E simetricul punctului A faţă de punctul M.	1 punct
M mijlocul [AE] si [BC] => ABCE paralelogram	
Din $DA = 2 \cdot AM$.=> DA=AE => CA mediana	1 punct
CA inaltime si mediana => ΔDEC isoscel	1 punct
m(<AEC)=m(<BAE)=150-90=60 (A.I.)	1 punct
=> ΔDEC echilateral => $m(\angle ADC)$.=60^0	2 puncte

Probleme propuse si selectate de prof. Balint Attila Sandor, prof. Danciu Alin Florin, prof. Andreica Gheorghe, prof. Botez Radu, prof. Ginta Vasile