

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MUREȘ
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA MUREȘ
SCOALA GIMNAZIALA « MIHAI VITEAZUL » TG.MUREȘ

CONCURSUL DE MATEMATICĂ «NUMERUS »

Ediția a XI-a
24 noiembrie 2012

Clasa a VIII-a

Subiectul 1.

Fie a și b numere reale pozitive. Să se arate că :

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} \geq a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$$

Subiectul 2.

Să se calculeze suma

$$S = [\sqrt{1 \cdot 2}] + [\sqrt{2 \cdot 3}] + [\sqrt{3 \cdot 4}] + \dots + [\sqrt{2011 \cdot 2012}],$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

Subiectul 3.

a) Pentru $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$, astfel încât $ab + bc + ca = 2012$, să se arate
că

$$\sqrt{(2012 + a^2)(2012 + b^2)(2012 + c^2)} \in \mathbb{Q}.$$

b) Determinați numerele întregi a și b pentru care

$$\frac{a}{\sqrt{2(2+\sqrt{3})}} + \frac{b}{\sqrt{2(2-\sqrt{3})}} = \sqrt{19-8\sqrt{3}}.$$

Subiectul 4.

Considera patru puncte necoplanare A, B, C, D cu $AB=AC$. Fie
 $E \in (AB), F \in (AC)$

astfel incat $AE=CF$ si M, N mijloacele segmentelor AD, respectiv EF.

Daca $EF \cap (BCD) = \{Q\}, EM \cap (BCD) = \{S\}$ aratati ca:

- F, C și intersecția lui AN cu BC sunt vârfurile unui triunghi isoscel;
- Dreapta MN este paralela (BCD);
- Dreapta MN este paralela cu QS.

Prof. Vasile Gînta, Tg.-Mureș

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru două ore.

Fiecare subiect se punctează cu 7p, din care 1p din oficiu.