



Șimleu Silvaniei, 17 Noiembrie, 2012

Concursul Interjudețean de Matematică "Teodor Topan"
Ediția a VII-a

CLASA A X-A

Problema 1 Determinați toate valorile reale ale lui x pentru care

$$\log_{5x+9}(x^2 + 6x + 9) + \log_{x+3}(5x^2 + 24x + 27) = 4.$$

Problema 2 Găsiți toate funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care au proprietatea că pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ are loc:

$$f(x^2 + f(y)) = (x - y)^2 f(x + y).$$

Problema 3 In triunghiul $\triangle ABC$, notăm cu O centrul cercului circumscris, D mijlocul segmentului $[AB]$, E centrul de greutate al triunghiului $\triangle ACD$. Arătați că:

$$CD \perp OE \Leftrightarrow AB = AC.$$

Problema 4 Să se arate că orice număr natural $n > 0$ poate fi scris ca și sumă de termeni de forma $2^i \cdot 3^j$, $i, j \in \mathbb{N}$ astfel încât nici un termen al sumei să nu dividă alt termen al sumei. De exemplu $10 = 2 + 8$ nu este o scriere validă, deoarece $2|8$, însă $10 = 4 + 6$ este o scriere validă.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte. Timp de lucru: 3 ore.