

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
9 FEBRUARIE 2013**

**CLASA a V-a  
Bareme**

**Subiectul 1.**

- a) Aflarea numerelor  $a=2013, b=5$  și  $c=401$  ..... (5p) (2+2+1)  
 b) Verificare ..... (1p)  
 c) Justificarea falsității relației ( $r < 5$ ) + aflarea restului adevărat ( $r=3$ ) ..... (1p)

**Subiectul 2.**

- Găsirea relației de recurență  $x_n = 4n + 1, n \geq 0$  ..... (2p)  
 a) Aflarea ordinului termenului 2013 ( $n=504$ ) ..... (1p)  
 b) Aflarea termenului  $x_{2013} = 4 \cdot 2012 + 1 = 8048$  ..... (1p)  
 c)  $U(x_n) = 1, 5, 9, 3$  sau 7 ..... (1p)  
 Din cei 6 termeni ai șirului cel puțin doi au aceeași ultima cifră ..... (1p)  
 Cei doi termeni cu aceeași cifră au diferența cu ultima cifră 0, deci divizibilă cu 10 ... (1p).

**Subiectul 3.**

- Scrierea în baza 10,  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a+b+c)$  ..... (1p)  
 $M_a = [111(a+b+c)]:3 = 37(a+b+c)$  ..... (1p)  
 Scrierea în baza 10,  $\overline{aab} + \overline{bba} = 111(a+b)$  ..... (1p)  
 $M_a = 111(a+b):2$  ..... (1p)  
 $[111(a+b)]:2 = 37 \cdot (a+b+c) \Leftrightarrow 2 \cdot 37 \cdot (a+b+c) = 111(a+b) \Leftrightarrow a+b = 2c$  ..... (1p)  
 $c = 5$  (pentru că  $c=0$  nu permite existența numărului  $\overline{cab}$ ), deci  $a+b=10$  ..... (1p)  
 Găsirea tuturor perechilor (a,b) și a numerelor 195, 285, 375, 465, 645, 735, 825, 915 ..... (1p)

**Subiectul 4.**

- Notez cu  $x$  vârsta fiicei mici, cu  $m$  vârsta mamei și cu  $t$  vârsta tatălui.  
 Vârstele celorlalte două fiice vor fi  $x + 2$ , respectiv  $x + 4$ . ..... (1p)  
 Din relațiile:  $t + m + x + (x + 2) + (x + 4) = 88$  ..... (1p)  
 $x + (x + 2) + (x + 4) = m - 10$  și ..... (1p)  
 $t = m + x$  ..... (1p)  
 obținem că  $x = 5$ , adică:  
 fetele au 5, 7, respectiv 9 ani  
 mama are 31 de ani  
 tatăl are 36 de ani. .... (3p)



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
9 FEBRUARIE 2013**

**CLASA a V-a**

**Subiectul 1.**

Fie numerele  $a = 2013^4 - 2012 \cdot 2013^3 - 2012 \cdot 2013^2 - 2012 \cdot 2013$ ,

$b = (5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 \cdot \dots \cdot 5^{10}) : 125^{18}$  și

$c = 401 - 401 \cdot \left[ (2^2 \cdot 3^2)^5 : (2 \cdot 3^2)^5 - (3312 : 16 - 2800 : 16) \right]$ .

- a. Calculați  $a$ ,  $b$  și  $c$ .
- b. Verificați dacă  $a = b \cdot c + 8$ .
- c. Egalitatea de la punctul b. reprezintă formula teoremei împărțirii cu rest, pentru împărțirea numărului  $a$  la numărul  $b$ ? Justificați.

**Subiectul 2.**

Se consideră șirul de numere 1, 5, 9, 13, 17, .....

- a. Aflați al câtelea termen al șirului este numărul 2013.
- b. Aflați al 2013-lea termen al șirului.
- c. Arătați că oricum am alege 6 termeni din șir există doi dintre ei ce au diferența divizibilă cu 10.

**Subiectul 3.**

Să se găsească toți multiplii lui 5 de forma  $\overline{abc}$  astfel încât media aritmetică a numerelor  $\overline{abc}, \overline{bca}, \overline{cab}$  să fie egală cu media aritmetică a numerelor  $\overline{aab}$  și  $\overline{bba}$ .

**Subiectul 4.**

Suma vârstei tatălui, mamei și a celor trei fiice este de 88 ani. Suma vârstelor celor trei fete este cu 10 ani mai mică decât vârsta mamei. Vârsta tatălui este cât vârsta mamei și vârsta fiicei mai mici la un loc. Una dintre fete este cu doi ani mai tânără decât o alta și cu doi ani mai în vârstă decât cea de-a treia. Ce vârstă are fiecare?

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii  
Timp de lucru: 3 ore**