

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA a V-a

1. Determinați ultima cifră a sumei tuturor numerelor de trei cifre care au un număr impar de divizori.

Gheorghe Leonte, Arbore

Barem

Numerele care au număr impar de divizori sunt pătrate perfecte.	2p
Pătratele perfecte de trei cifre sunt: $10^2, 11^2, 12^2, \dots, 31^2$.	2p
Vom avea 3 numere cu ultima cifră 0, 5 numere cu ultima cifră 1, 4 numere cu ultima cifră 4, 4 numere cu ultima cifră 9, 4 numere cu ultima cifră 6 și 2 numere cu ultima cifră 5	2p
Atunci $u(10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 31^2) = u(0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 9 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 2) = 1$.	1p

2. Să se determine numerele prime \overline{ab} și \overline{cd} astfel încât $\overline{ab} + a^b = \overline{cd}$.

Revista Sinus 1(25) / 2013

Barem

Deoarece \overline{ab} și \overline{cd} numere prime \Rightarrow sunt impare și $10 < \overline{ab} < \overline{cd} < 99$.	1p
Atunci a^b număr par, dar a cifră nenulă $\Rightarrow a \in \{2, 4, 6, 8\}$	1p
Dacă $a = 2 \Rightarrow \overline{2b} + 2^b = \overline{cd}$ și distingem cazurile: $b = 3 \Rightarrow 23 + 2^3 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} = 31$ prim $b = 9 \Rightarrow 29 + 2^9 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} > 99$ nu convine	1p
Dacă $a = 4 \Rightarrow \overline{4b} + 4^b = \overline{cd}$ și distingem cazurile: $b = 1 \Rightarrow 41 + 4^1 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} = 45$ nu este prim $b = 3 \Rightarrow 43 + 4^3 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} > 99$ nu convine	1p
Dacă $a = 6 \Rightarrow \overline{6b} + 6^b = \overline{cd}$ și distingem cazurile: $b = 1 \Rightarrow 61 + 6^1 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} = 67$ prim $b = 7 \Rightarrow 67 + 6^7 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} > 99$ nu convine	1p
Dacă $a = 8 \Rightarrow \overline{8b} + 8^b = \overline{cd}$ și distingem cazurile: $b = 3 \Rightarrow 83 + 8^3 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} > 99$ nu convine $b = 9 \Rightarrow 89 + 8^9 = \overline{cd} \Rightarrow \overline{cd} > 99$ nu convine	1p
Deci avem două soluții: $\overline{ab} = 23$ și $\overline{cd} = 31$, sau $\overline{ab} = 61$ și $\overline{cd} = 67$.	1p

3. Într-o familie sunt patru fete. Fiecare din ele cântă la un alt instrument și cunoaște o altă limbă străină. Astfel:

- ❖ Maria cântă la *chitară*.
- ❖ Fata care vorbește *franceza* cântă la *vioară*.
- ❖ Cea care cântă la *pian* nu e *Vera*.
- ❖ *Lori* nu știe *germana*.
- ❖ *Maria* știe *spaniola*.
- ❖ *Teodora* nu cântă la *vioară* și nici nu vorbește *engleza*.
- ❖ *Vera* nu știe *franceza*.
- ❖ *Lori* nu cântă la *orgă*.

La ce instrument cântă și ce limbă cunoaște fiecare dintre ele? Explicați cum ați găsit.

Barem

Maria cântă la chitară și vorbește spaniola.	1p
La pian cântă <i>Teodora</i> sau <i>Lori</i> .	1p
Germana o știe <i>Vera</i> sau <i>Teodora</i> .	1p
<i>Teodora</i> cântă la pian sau orgă și vorbește franceza sau germana, deci vorbește germana.	1p
<i>Vera</i> nu știe franceza, deci nu cântă la vioară. Atunci ea cântă la orgă, deci <i>Teodora</i> cântă la pian și vorbește germana.	1p
Atunci <i>Vera</i> cântă la orgă și vorbește engleza, iar <i>Lori</i> cântă la vioară vorbește franceza.	2p

Orice altă rezolvare corectă va fi punctată corespunzător.