BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

CLASA a VII-a

1. Să se arate că ecuația $\left(x^2+x+1\right)^2+\left(y^2-y+1\right)^2=2013$ nu are soluții în mulțimea numerelor naturale.

Revista Sinus 1(25) / 2013

Barem:

$x^2+x+1=x(x+1)+1$ impar $\Rightarrow \left(x^2+x+1\right)^2$ impar	2 p
$y^2-y+1=y(y-1)+1$ impar $\Rightarrow \left(y^2-y+1\right)^2$ impar	2 p
Atunci avem $\left(x^2+x+1\right)^2+\left(y^2-y+1\right)^2$ par $\Rightarrow 2013$ par (fals)	2 p
Deci ecuația dată nu are soluții în mulțimea numerelor naturale.	1 p

2. Se consideră numerele reale strict pozitive *x*, *y*, *z* cu proprietatea că $xy=\frac{z-x+1}{y}=\frac{z+1}{2}$. Să se arate că unul dintre numere este media aritmetică a celorlalte două.

Gazeta Matematică/2007

Barem:

Din $xy=\frac{z-x+1}{y}\Rightarrow z=xy^2+x-1$, iar din $xy=\frac{z+1}{2}\Rightarrow z=2xy-1$	3 p
Din $xy^2+x-1=2xy-1\Rightarrow xy^2-2xy+x=0\Rightarrow \underbrace{x}_{\neq 0}(y-1)^2=0\Rightarrow y=1$	3 p
Atunci $x\cdot 1=\frac{z+1}{2}\Rightarrow x=\frac{z+y}{2}$	1 p

3. În ΔABC cu $m(\sphericalangle A)=90^0$, considerăm $D\in(BC)$ şi $E\in(AB)$, astfel încât $[AD]\equiv[AC]$ şi $DE\perp AD$. Dacă $AC=3\sqrt{6}$ cm şi proiecţia ei pe ipotenuză este $3\sqrt{2}$ cm, calculaţi lungimea segmentului DE.

Ecaterina Huluță, Suceava

Barem

Aplicând teorema catetei $\Rightarrow$ $BC=9\sqrt{2}$ cm, apoi $AB=6\sqrt{3}$ cm.	2 p
Dacă $AM\perp BC$, atunci $MC=3\sqrt{2}$ cm, $MD=3\sqrt{2}$ cm, $BD=3\sqrt{2}$ cm.	2 p
Dacă $EN\perp BC$, arată că ΔBED isoscel cu $ED=EB$.	1 p
Din $\Delta BEN\sim\Delta BAM\Rightarrow \frac{BE}{BA}=\frac{BN}{BM}=\frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{6\sqrt{2}}=\frac{1}{4}$ iar de aici obține $BE=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm $=DE$.	2 p

Orice altă rezolvare corectă va fi punctată corespunzător.