Concursul interjudeţean de matematică al Revistei SINUS
Ediţia a VIII-a, Suceava, 1 iunie 2013

CLASA a VIII-a

1. a) Demonstrați că dacă a, b, c sunt numere reale nenegative, atunci $\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc} \le a+b+c$.

b) Fie $A_0=\{6-2\sqrt{5};\ 6+2\sqrt{5};\ 4\}$. Considerăm mulțimile $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$, care au cardinalul trei și elementele mulțimii A_{k+1} sunt mediile geometrice a câte două din elementele mulțimii A_k.

i) Scrieți elementele mulțimii A_1.

ii) Este posibil ca una dintre mulțimi să fie: $\{4-\sqrt{5};\ \sqrt{5}+4; 9\}$?

2. a) Descompuneți, în produs de cinci factori, expresia x^7-x.

b) Fie $a_n=n^7-n$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$. Determinați cel mai mare divizor comun al numerelor $a_1, a_2, \dots, a_{2013}$.

3) Se dă triunghiul echilateral ABC de latură a şi P un punct în interiorul triunghiului. În punctul P se ridică o perpendiculară pe planul triunghiului pe care se ia punctul M cu $MP=\frac{a}{2}$. Dacă d_1, d_2, d_3 sunt distanţele de la M la laturile triunghiului, să se arate că $d_1^2+d_2^2+d_3^2=a^2$ dacă şi numai dacă P este centrul cercului înscris triunghiului ABC.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 2ore.