

Colegiul National "Mircea cel Batran", Ramnicu Valcea

Concursul Interjudetean
"Mathematica - Modus Vivendi"
Ediția a X-a 23 februarie 2013
Clasa a IX-a

1. Să se determine valorile lui $k \in \mathbb{R}$ astfel încât:

$$3(a^3 + b^3 + c^3) + a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq k(a + b + c), (\forall) a, b, c \geq -1.$$

Prof. Lucian Tuțescu, Craiova

Prof. dr. Cătălin Pană, Rm. Vâlcea

2. Fie triunghiul ascutitunghic ABC astfel încât $m(\hat{A}) = 45^\circ$ înscris în cercul de centru O.

Dacă $AO \cap BC = \{E\}$ atunci $\frac{BE}{EC} = \frac{\operatorname{tg} B + 1}{\operatorname{tg} C + 1}$.

Prof. Ion Gh. Preda Rm.Valcea

3. Fie $x = [(2 + \sqrt{3})^n]$, unde $n \in \mathbb{N}$. Să se demonstreze că $\frac{x^2 + 2x - 3}{12}$ este pătrat perfect.

Prof. Cotoarbă Cristian, Rm. Vâlcea

4. Fie ecuația $x^2 + bx + c = 0$ și $x^2 + bx + c - p^2 = 0$, unde $b, c \in \mathbb{Z}$ și p număr prim, având toate rădăcinile numere întregi.

Să se demonstreze că printre cele patru rădăcini există două cu modulul diferenței mai mic sau egal cu unu.

Prof. Ciobotaru Petre, Rm. Vâlcea

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu un punctaj de la 0 la 7 puncte.