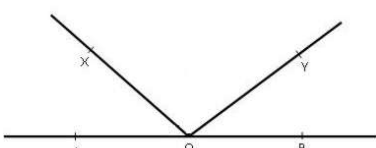


Olimpiada de matematică
Etapa locală 16.02. 2013
Barem de notare clasa a VI – a

Soluție problema 1																												
$\left. \begin{array}{l} 1333 = x \cdot c_1 + 13 \mid -13; 13 < x \\ 351 = x \cdot c_2 + 15 \mid -15; 15 < x \end{array} \right\} \Rightarrow x > 15$	2 p																											
$\left. \begin{array}{l} 1320 = x \cdot c_1 \\ 336 = x \cdot c_2 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in D_{1320,336}$	2 p																											
$c.m.m.d.c.(1320; 336) = 2^3 \cdot 3 = 24$	2 p																											
Finalizare $x = 24$ iar ceilalti divizori nu corespund	1 p																											
Total punctaj problema 1	7 p																											
Soluție problema 2																												
a) $7\overline{ab} + 7\overline{cd} = 9\overline{ab} - 9\overline{cd}$	1 p																											
$\overline{ab} = 8\overline{cd} \leq 99$ rezultă $\overline{cd} \leq 12$	2 p																											
$\overline{abcd} \in \{8010, 8811, 9612\}$	1 p																											
b) $x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2013}{2014}\right) = 2013 \mid + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right)$	1 p																											
$x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) + \underbrace{1 + \dots + 1}_{2013} = 2013 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) \mid : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right)$	1 p																											
$x = 1$	1 p																											
Observație: în cazul în care elevul „ghicește” soluția $x = 1$ primește 1 p din 3 p ale subpunctului b)																												
Total punctaj problema 2	7 p																											
Soluție problema 3																												
																												
a) $m(\sphericalangle AOY) + m(\sphericalangle YOY) = 180^\circ$	1 p																											
$m(\sphericalangle YOY) = 45^\circ$	1 p																											
$m(\sphericalangle AOY) = 135^\circ$	1 p																											
b) $\left. \begin{array}{l} m(\sphericalangle AOX) = u \\ m(\sphericalangle XOY) = v \end{array} \right\} \Rightarrow u + v = 135^\circ \Rightarrow v = 135^\circ - u$	1 p																											
$90^\circ - u > 180^\circ - v$																												
$u < 22^\circ 30'$	2 p																											
Măsura maximă a $\sphericalangle AOX = 22^\circ 29' 29''$	1 p																											
Total punctaj problema 3	7 p																											
Soluție problema 4																												
a)																												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Initial</th> <th>Prima tăiere</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Capete albastre</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Capete verzi</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>		Initial	Prima tăiere	Capete albastre	3	5	Capete verzi	3	6	1 p																	
	Initial	Prima tăiere																										
Capete albastre	3	5																										
Capete verzi	3	6																										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="5">Tăierea numărul</th> </tr> <tr> <th>Initial</th> <th>I</th> <th>II</th> <th>III</th> <th>IV</th> <th>V</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Capete albastre</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>11</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>Capete verzi</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>18</td> </tr> </tbody> </table>		Tăierea numărul					Initial	I	II	III	IV	V	Capete albastre	3	5	7	9	11	13	Capete verzi	3	6	9	12	15	18	1 p
	Tăierea numărul																											
	Initial	I	II	III	IV	V																						
Capete albastre	3	5	7	9	11	13																						
Capete verzi	3	6	9	12	15	18																						
13+18=31 capete		1 p																										

b)	$\left. \begin{array}{l} \text{nr. capete albastre după } n \text{ tăieri} = 2n + 3 = p^2 \\ \text{nr. capete verzi după } n \text{ tăieri} = 3n + 3 = q^2 \end{array} \right\} n \in \mathbb{N}$	1 p
	$fie d \mid 2n + 3 \text{ și } d \mid 3n + 3, \text{ cum } 2n + 3 \text{ și } 3n + 3 \text{ neprime între ele} \Rightarrow d = 3$	2 p
	$3 \mid p^2 \text{ și } 3 \mid q^2 \Rightarrow 3^2 \mid p^2 \text{ și } 3^2 \mid q^2 \text{ fals}$ numărul de capete verzi și numărul de capete albastre nu pot fi pătrate perfecte neprime între ele	1 p
Total punctaj problema 4		7 p