

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ- Etapa locală – 9 februarie 2013
BAREM - CLASA a V- a

- 1 Fie numărul $a = (1 + 2 + 2^2)^{14} : 49^5 - (1 + 2 + 3 + \dots + 96) : 12$
- a) Arătați că $a \leq 2013$. 4,5 p
- b) Verificați dacă numărul $T = a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^{2012} + a^{2013}$ este multiplu al lui 10. 2,5 p
- a) $1 + 2 + 2^2 = 7$ 0,5 p
 $1 + 2 + 3 + \dots + 96 = 4656$ 1 p
 $49^5 = 7^{10}$ 0,5 p
 $(1 + 2 + 2^2)^{14} : 49^5 = 7^4$ 1 p
 $(1 + 2 + 3 + \dots + 96) : 12 = 388$ 0,5 p
 $7^4 = 2401$ 0,5 p
 $a = 2013 \geq 2013$ 0,5 p
- b) $u(T) = u(3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2012} + 3^{2013})$ 0,5 p
T are 2012, termeni, $2012 : 4$, 0,5 p
 $u(3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5) = 0$ 0,5 p
 $u(T) = u(503 \cdot 0) = 0$ 0,5 p
deci $T : 10$ 0,5 p

- 2 Se consideră opt numere naturale distincte. Efectuând toate sumele oricăror șapte numere, din cele opt, se obțin rezultatele 42, 47, 50, 52, 54, 55, 56, 57. Determinați cele opt numere. 7 p

METODA ALGEBRICĂ

Notează numerele a, b, ..., h (și suma S) 1p
 $S - a = 42, S - b = 47, \dots, S - h = 42$ 1,5p
 $8S - S = 413$ sau $8S = S + 413$ 1,5p
 $S = 59$ 1p
Numerele sunt 17; 12; 9; 7; 5; 4; 3; 2 2p

METODA FIGURATIVĂ

Figura 2p
de 7 ori suma = 59 2 p
suma este 59 1 p
Numerele sunt 17; 12; 9; 7; 5; 4; 3; 2 2 p

- 3 a) Determinați numerele naturale de forma \overline{abcd} care împărțite la \overline{bcd} dau câtul 3 și restul $\overline{bcd} - 368$. 4 p
TIR: $\overline{abcd} = 3\overline{bcd} + \overline{bcd} - 368$ 1 p
 $\overline{abcd} = 4\overline{bcd} - 368$ 1 p
 $a000 = 3\overline{bcd} - 368$ 0,5 p
 $a \in \{1; 2\}$ 0,5 p
 $a = 1$ 0,5 p
Finalizare: $\overline{abcd} = 1476$ 0,5 p
- b) Aflați câte numere patru cifre sunt divizibile cu 18 sau cu 45. 3 p

Numerele divizibile cu 18 sunt $1008 = 18 \cdot 56, 1026 = 18 \cdot 57, \dots, 9990 = 18 \cdot 555$ 0,5 p
Numerele divizibile cu 45 sunt $1035 = 45 \cdot 26, 1080 = 45 \cdot 27, \dots, 9990 = 45 \cdot 255$ 0,5 p
Numerele divizibile cu 18 și 45 sunt $1080 = 90 \cdot 12, 1170 = 90 \cdot 13, \dots, 9990 = 90 \cdot 111$ 0,5 p
Sunt 500 divizibile cu 18, 200 divizibile cu 45 și 100 divizibile cu 90 1 p
Finalizare: 600 numere 0,5 p

Se acordă punctaje corespunzătoare pentru alte variante corecte de rezolvare.