Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

16 februarie 2013

Clasa a V-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluţie, rezolvare**	**Puncta**
1.	a) Calcul corect si complet.Rezultat calcul =2014	**2p**
	b) Calcul corect si complet.Rezultat calcul =1006	**3p**
	c) Calcul corect si complet.Rezultat calcul =11	**2p**
2.	$A=\overline{a_1a_2a_3...a_{n-1}a_n}=a_1\cdot 10^{n-1}+a_2\cdot 10^{n-2}+...+a_{n-2}\cdot 10^2+a_{n-1}\cdot 10+a_n$ $s(A)=a_1+a_2+a_3+...+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n$	**2p**
	$A=[a_1\cdot \underbrace{99...9}_{(n-1)cifre}+a_2\cdot \underbrace{999...99}_{(n-2)cifre}+...+a_{n-2}\cdot 99+a_{n-1}\cdot 9+(a_1+a_2+...+a_n)]$ẍ	**2p**
	$A-s(A)=a_1\cdot \underbrace{999...99}_{(n-1)cifre}+a_2\cdot \underbrace{999...99}_{(n-2)cifre}+...+a_{n-2}\cdot 99+a_{n-1}\cdot 9\Rightarrow$ $A-s(A)=9\cdot[a_1\cdot \underbrace{111...11}_{(n-1)cifre}+a_2\cdot \underbrace{111...11}_{(n-2)cifre}+...+a_{n-2}\cdot 11+a_{n-1}\cdot 1]$ 9 divide pe A-s(A)	**2p** **1p**
3.	**a)** Avem $3^n\cdot 3^6+3^n\cdot 3^5+3^n\cdot 3^4+2\cdot 3^n\cdot 3^3+4\cdot 3^n=\overline{xxxx}$. Dând factor comun pe 3^n , se obţine $3^n\cdot 1111=\overline{xxxx}$. Astfel , pentru $n=0\Rightarrow x=1$; $n=1\Rightarrow x=3$; $n=2\Rightarrow x=9$. Pentru $n\geq 3$ nu convine deoarece se obţine $3^n\cdot \overline{1111}$ este număr natural de 5 sau mai multe cifre.	**2p** **2p**
	b) Conform teoremei împărţirii cu rest în mulţimea N avem: $n=9\cdot c+r \quad ,0\leq r<9,\ r,c\in\mathbb{N}$ (1) şi $n=5\cdot r+c \quad ,0\leq c<5,\ r,c\in\mathbb{N}$ (2) Din cele două egalităţi rezultă că $8\cdot c=4\cdot r\Rightarrow r=2\cdot c$	**2p**
	Înlocuind în relaţia (1) obţinem $n=11\cdot c\Rightarrow 11\mid n$. Cum $0\leq c<5, c\in\mathbb{N}\Rightarrow 0\leq 11\cdot c<55\Rightarrow n\in\{0,11,22,33,44\}$.	**1p**
4.	Numărul X fiind cel mai mare număr natural cu cifre nenule $\Rightarrow$ trebuie ca X sa aibă număr maxim de cifre nenule de valoare minimă $\Rightarrow X=\underbrace{111...1}_{2013 cifre}$.	**2p**
	$X=10^{2012}+10^{2011}+10^{2010}+10^{2009}+...+10^3+10^2+10^1+1$ si $10^3+1=1001\Rightarrow$	**2p**

	că vom împărţi cei 2013 termeni ai sumei în grupe de câte şase termeni şi în fiecare din acestea îi grupăm câte 2 termeni	**1p**
	$X=1001\cdot\left[(10^{2009}+10^{2008}+10^{2007})+(10^{2003}+10^{2002}+10^{2001})+...+(10^{5}+10^{4}+10^{3})\right]+111.$ Catul impartirii $c=\underbrace{111000111000...111000111}_{2010\,cifre}$ şi restul împărţirii este $r=111$	**1p** **1p**