Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

16 februarie 2013

Clasa a VI-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluţie, rezolvare**	**Punctaj**
1.	a) $2016=2^5\cdot 3^2\cdot 7,$ $2160=2^4\cdot 3^3\cdot 5$ şi $2376=2^3\cdot 3^3\cdot 11.$	**2p**
	$d=(2016,\ 2160,\ 2376)=2^3\cdot 3^2=72$	**1p**
	şi $m=[2016,\ 2160,\ 2376]=2^5\cdot 3^3\cdot 5\cdot 7\cdot 11.$	**1p**
	b).Fie x împărţitorul, $x\neq 0$. Din teorema împărţirii cu rest deducem că există numerele naturale a,b şi c astfel încât	**1p**
	$2041=x\cdot a+25,\ 2178=x\cdot b+18$ şi $2390=x\cdot c+14$, $x>25$. Avem că $2016=x\cdot a,\ 2160=x\cdot b,\ 2376=x\cdot c,$	**1p**
	de unde obţinem că x este divizor comun pentru numerele 2016, 2160 şi 2376, deci x divide cel mai mare divizor al numerelor 2016, 2160 şi 2376, adică x divide numărul 72. Cum $x>25$ şi x divide numărul 72, deducem $x=36$ sau $x=72$.	**1p**
2.	a) $m(\sphericalangle AOC)=57^0\ 11'\ 19''$	**2p**
	b) $m(\sphericalangle COM)=16^0\ 52'\ 47''$	**2p**
	c).$10^0\ 19'\ 49''$	**3p**
3.	$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{59}{70}\Leftrightarrow 70\cdot(a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c)=59\cdot a\cdot b\cdot c.$ $Dar\ (59,70)=1\Rightarrow 70/a\cdot b\cdot c\Rightarrow 2/a\cdot b\cdot c$	**2p**
	$\left.\begin{array}{l}2/a\cdot b\cdot c\\ a\leq b\leq c\\ a,b,c\ numere\ prime\end{array}\right\}\Rightarrow a=2\Rightarrow 35/b\cdot c\Rightarrow \left.\begin{array}{r}7/b\cdot c\\ 5/b\cdot c\\ b\leq c\end{array}\right\}\Rightarrow b=5;c=7.$	**2p**

	Cazul 1. $n=5\cdot k, k\in\mathbb{N}^*$. Atunci $n+5=5\cdot(k+1)\vdots 5$ (nu convine) Cazul 2. $n=5\cdot k+1, k\in\mathbb{N}^*$. Atunci $n-1=5\cdot k$. Numărul $5\cdot k$ este prim pentru $k=1\Rightarrow n=6$; *Aşadar*, pentru $n=6$, *numerele prime sunt* : 5, 11, 17, 23, 29.. Cazul 3. $n=5\cdot k+2, k\in\mathbb{N}^*$.Atunci $n+23=5\cdot(k+5)\vdots 5$ (nu convine) Cazul 4. $n=5\cdot k+3, k\in\mathbb{N}$.Atunci $n+17=5\cdot(k+4)\vdots 5$ (nu convine) Cazul 5. $n=5\cdot k+4, k\in\mathbb{N}$.Atunci $n+11=5\cdot(k+3)\vdots 5$ (nu convine) Singura soluţie este $n=6$.	**2p** **1p**
4.	Fie $x>0$ lungimea segmentului $[A_0A_1]$. Atunci: segmentul $[A_0A_2]$ are lungimea $3\cdot x$, segmentul $[A_0A_3]$ are lungimea $9\cdot x=3^2\cdot x$, segmentul $[A_0A_4]$ are lungimea $3\cdot 9\cdot x=3^3\cdot x$, $\vdots$ segmentul $[A_0A_{10}]$ are lungimea $3^9\cdot x$ Atunci lungimea segmentului $[A_9A_{10}]$ este $3^9\cdot x-3^8\cdot x=2\cdot 3^8\cdot x$. $2\cdot 3^8\cdot x=118098\Leftrightarrow 2\cdot 3^8\cdot x=2\cdot 59049\Leftrightarrow$ $3^8\cdot x=3^{10}\Leftrightarrow x=9cm.$ Lungimea segmentului $[A_0A_1]$ este 9 cm, Lungimea segmentului $[A_4A_5]$ este $3^4\cdot x-3^3\cdot x=2\cdot 3^3\cdot x$. Inlocuind pe x cu 9 cm, se obţine 486 cm. Lungimea segmentului $[A_5A_6]$ este $3\cdot 486=1458cm.$	**1p** **2p** **1p**
	Lungimea segmentului A_0M_0 este $\frac{x}{2}$ Lungimea segmentului A_0M_1 este $2\cdot x$; Lungimea segmentului A_0M_2 este $6\cdot x=3\cdot(2\cdot x)$; Lungimea segmentului A_0M_3 este $18\cdot x=3^2\cdot(2\cdot x)$; Lungimea segmentului A_0M_4 este $54\cdot x=3^3\cdot(2\cdot x)$; Lungimea segmentului A_0M_7 este $3^6\cdot(2\cdot x)$; Lungimea segmentului M_4M_7 este $3^6\cdot(2\cdot x)-3^3\cdot(2\cdot x)=3^3\cdot 2\cdot x\cdot(3^3-1)$. Înlocuind pe x cu 9 cm, se obţine $3^5\cdot 2\cdot(3^3-1)=486\cdot 26=12636cm.$	**1p** **1p** **1p**