Barem clasa a VI-a
(OLM 2013-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I.

a) $$\frac{100\cdot(13+256\cdot 5+700+20)}{3\cdot 11^2\cdot(49+231-97)}=\frac{100\cdot 2013}{3\cdot 11^2\cdot 183}=\frac{100\cdot 2013^{(2013}}{33\cdot 2013}=\frac{100}{33}$$ **(10 puncte)**

b) $$\frac{2^{2n}\cdot 5^{2n}\cdot 2013}{3^n\cdot 11^{n+1}\cdot 183}=\frac{2^{2n}\cdot 5^{2n}\cdot 2013^{(2013}}{3^n\cdot 11^n\cdot 2013}=\frac{2^{2n}\cdot 5^{2n}}{3^n\cdot 11^n}$$ **(10 puncte)**

Subiectul II.

a) $a^2\cdot\left(a^2+1\right)+b^6=20944$

$a^2\cdot\left(a^2+1\right)$ şi 20944 sunt pare $\Rightarrow b$ este prim şi par $\Rightarrow b=2$ **(5 puncte)**

$\Rightarrow a^2\cdot\left(a^2+1\right)=20944-2^6 \Leftrightarrow a^2\cdot\left(a^2+1\right)=20880 \Leftrightarrow$

$a^2\cdot\left(a^2+1\right)=12^2\cdot\left(12^2+1\right)\Leftrightarrow a=12$ **(5 puncte)**

b) $x+y+z=13k\Rightarrow\begin{cases}x=4k\\ y=k\\ z=8k\end{cases}\Rightarrow k=45\Rightarrow\begin{cases}x=180\\ y=45\\ z=360\end{cases}$ **(10 puncte)**

Subiectul III.

Multiplii lui 20 mai mici ca 2013 sunt $20\cdot 1, 20\cdot 2,...., 20\cdot 100$, adică 100 numere.
Multiplii lui 13 mai mici ca 2013 sunt $13\cdot 1, 13\cdot 2,...., 13\cdot 154$, adică 154 numere.
Deoarece 20 şi 13 sunt prime între ele $\Rightarrow[20;13]=20\cdot 13=260$. **(10 puncte)**
Multiplii lui 260 mai mici ca 2013 sunt $260\cdot 1, 260\cdot 2,...., 260\cdot 7$, adică 7 numere.
În consecinţă, numărul de cartonaşe "cu noroc" este $100+154-7=247$.
Numărul de cartonaşe care nu sunt "cu noroc" va fi $2013-247=1766$.
În situaţia extremă, cea mai "ghinionistă", se poate întâmpla ca primele 1766 de cartonaşe întoarse să fie chiar cele care nu sunt "cu noroc"; chiar şi în această situaţie, următorul cartonaş întors va fi "cu noroc".
În concluzie, răspunsul este 1767. **(10 puncte)**

Subiectul IV.

a) Ultimul unghi construit are măsura $(nx)^0$, deci $nx=120$.(1) **(5 puncte)**
Suma măsurilor unghiurilor construite este 360^0, deci

$x+2x+3x+...+nx=360\Rightarrow\frac{n(n+1)}{2}\cdot x=360\Rightarrow n(n+1)\cdot x=720$ (2) **(10 puncte)**

Împărţind relaţia (2) la relaţia (1) se obţine $n+1=6\Rightarrow n=5$. **(5 puncte)**

b) $nx=120\Rightarrow 5x=120\Rightarrow x=24$

În total sunt 5 unghiuri, penultimul va avea măsura $(4x)^0=96^0$. **(10 puncte)**