

Barem clasa a VII-a
(OLM 2013-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I.

$$\left\{ \sqrt{11^2 + k} \right\} = \sqrt{11^2 + k} - 11 = \frac{k}{\sqrt{11^2 + k} + 11} < \frac{k}{22}, \text{ unde } k = \overline{1,11}. \text{ Rezultă} \quad (10 \text{ puncte})$$

$$\text{că } \left\{ \sqrt{122} \right\} + \left\{ \sqrt{123} \right\} + \dots + \left\{ \sqrt{132} \right\} < \frac{1+2+\dots+11}{22} = \frac{66}{22} = 3. \quad (10 \text{ puncte})$$

Subiectul II.

a) Deoarece $2013:4=503 \text{ rest } 1$, grupa de 4 cifre „2013” se repetă de 503 ori, deci $n = \underbrace{\overline{20132013\dots2013a}}_{2013 \text{ cifre}} \quad (10 \text{ puncte})$

Numărul 20132013 este divizibil cu 137, deoarece $20132013 = 10001 \cdot 2013$, iar $10001:137$

Deoarece $2013:8=251 \text{ rest } 5$, înseamnă că este necesar ca numărul format din ultimele 5 cifre să se dividă cu 137, deci să

avem $\overline{2013a} : 137$, de unde se obține $a = 9$. (5 puncte)

b) Suma elementelor mulțimii A este :

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1} < 1 \quad (10 \text{ puncte})$$

O submulțime nevidă a lui A, diferită de A, are suma elementelor pozitivă și mai mică decât $\frac{n}{2n+1} < 1$, Deci nu poate fi număr natural. (5 puncte)

Subiectul III. Desen corect (5 puncte)

a) Se dem că triunghiurile ADM și BCM sunt isoscele $\Rightarrow AM=MB \Rightarrow AB=2AD=30 \text{ cm} \Rightarrow P=90 \text{ cm}$. (5 puncte)

b) E este centru de greutate în triunghiul ABD $\Rightarrow \frac{OE}{AO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OE}{AC} = \frac{1}{6}$ (5 puncte)

c) OP linie mijlocie în triunghiul BMD $\Rightarrow OP \parallel AB$
OQ linie mijlocie în triunghiul AMC $\Rightarrow OQ \parallel AB \Rightarrow P, O, Q$ sunt coliniare (5 puncte)

Subiectul IV. Desen corect (5 puncte)

Ducem înălțimea $AD \perp BC$,

AD mediană $\Rightarrow BD=DC$ (5 puncte)

$$BE = 5 \cdot AE \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6} \quad (5 \text{ puncte})$$

$$BC = 2 \cdot BD \Rightarrow \frac{BP}{BD} = \frac{5}{6} \Rightarrow EP \parallel AD, \text{ dar } AD \perp BC \Rightarrow EP \perp BC \quad (5 \text{ puncte})$$