

**Barem de corectare și notare**  
**Clasa a VIII-a, etapa locală**  
**16.02.2013**

1. Ecuația este echivalentă cu  $x^2 - 8 = 5^y$   
 $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - 8 \in \mathbb{Z}$  și deci  $5^y \in \mathbb{Z}$  }  $\Rightarrow y \in \mathbb{N}$  ..... 1p  
dar  $y \in \mathbb{Z}$

$U_c(8 + 5^y) = 3$  oricare ar fi  $y \in \mathbb{N}^*$  ..... 2 p

Ecuația dată este imposibilă oricare ar fi  $y \in \mathbb{N}^*$  ..... 1 p

Dacă  $y = 0$  atunci  $x^2 = 9$

$x \in \mathbb{Z}$  }  $\Rightarrow x \in \{-3, 3\}$  ..... 2 p

Finalizare,  $(x, y) \in \{(-3, 0); (3, 0)\}$  ..... 1 p

2. a) Se arată că  $\frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$  ..... 2 p

Prin scrierea fiecărui termen al sumei de această formă și însumarea lor se obține

$S = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$  ..... 1 p

Finalizare  $S = \frac{n - \sqrt{n+1} + 1}{n+1}$  ..... 1 p

b) Se folosește inegalitatea mediilor pentru fiecare termen al sumei,

$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$ , oricare ar fi  $a, b \geq 0$ ,  $a \neq b$  ..... 1 p

Prin însumare se arată că  $S < 1 + 2 + 3 + \dots + n + \frac{n}{2}$  ..... 1 p

Finalizare,  $S < n(n+1)$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$  ..... 1 p

3. Figura ..... 1 p

Se arată că înălțimile din A ale fețelor laterale ale piramidei ABCD cu vârful în A sunt congruente ..... 3 p

Dacă  $AN \perp CD$ ,  $N \in (CD)$  și  $AP \perp BD$ ,  $P \in (BD)$ ,

se arată că  $\triangle AND \equiv \triangle APD$  ..... 2 p

Finalizare ..... 1 p

4. Figura .....1 p  
 Se arată că  $BM \perp AB'$ ,  $DN \perp AD'$ ,  $C'P \perp B'D'$  .....3 p  
 În  $\Delta AB'D'$  se demonstrează că  $\frac{AM}{B'M} \cdot \frac{B'P}{D'P} \cdot \frac{D'N}{AN} = 1$  .....2 p  
 Finalizare, folosind reciproca teoremei lui CEVA.....1 p

**Notă: Orice altă soluție echivalentă se notează corespunzător.**