Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Şcolar al Județului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA A XII-A
BAREM DE CORECTARE
Filiera tehnologică – Profilul servicii, resurse naturale şi protecția mediului

SUBIECTUL I

a) Din faptul că legea admite element neutru deduce $x(-me-3)+2e+2=0, \forall x\in R$ **1p**

de unde $m=3$ **1p**

b) Din $x,y\in G \Rightarrow \left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)>0$ **1p**

de unde $-\frac{3}{5}\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}<\frac{2}{3}$ **1p**

de unde deduce $x*y\in\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$ **1p**

c) $\left(-\frac{2012}{2013}\right)*\left(-\frac{2011}{2012}\right)*\dots\left(-\frac{1}{2}\right)*0*\left(\frac{1}{2}\right)*\dots*\left(\frac{2012}{2013}\right)\overset{"*"\ asociativa}{=}$

$\left[\left(\frac{-2012}{2013}\right)*\dots*\left(\frac{1}{2}\right)\right]*\frac{2}{3}*\left[\left(\frac{3}{4}\right)*\dots*\left(\frac{2012}{2013}\right)\right]=$ **1p**

$= x*\frac{2}{3}*y=\frac{2}{3}$ **1p**

SUBIECTUL II

a)Deduce $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+1)\in G$ **2p**

b) $A^2(1006)=A(1006)\cdot A(1006)=A(2013)$ **1p**

Determină elementul neutru al grupului $A(-1)$ **1p**

Determină simetricul elementului $A^2(1006)$ ca fiind $A(-2015)$. **1p**

c) $f:G\to(0,\infty)$, $f(x)=2^{x+1}$ este un morfism între grupurile $(G,\cdot)$

şi $((0,\infty),\cdot) \Leftrightarrow f(A(x)\cdot A(y))=f(A(x))\cdot f(A(y))$, $\forall$ $A(x), A(y)\in G$ **1p**

demonstrează relația **1p**

SUBIECTUL III

a)Pentru $m = 2$ avem pentru $x > 0$ $\int f(x)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}dx=\int\left(x+2+\frac{9}{x}\right)dx$ **1p**

$=\frac{x^2}{2}+2x+9\ln x+C$. **1p**

b) $\int\frac{f(x)}{\sqrt{1+x^2}}dx=\int\left(1+\frac{8}{1+x^2}\right)dx$ **1p**

$= x+8arctgx+C$ **1p**

c) $\int\left(f(x)-\frac{b}{\sqrt{1+x^2}}\right)dx=(ax+m)\sqrt{1+x^2}+C \Leftrightarrow$ funcția $G:R\to R, G(x)=(ax+m)\sqrt{1+x^2}$

este primitivă a funcției $g:R\to R$, $g(x)=\frac{x^2+mx+9-b}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow$ $G'(x)=g(x), \forall x\in R$ **1p**

Deduce $a=\frac{1}{2}, b=\frac{17}{2}$ **2p**

SUBIECTUL IV

a) Calculează $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x<-2}} f(x)=-\frac{1}{16}$ **1p**

Calculează $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x>-2}} f(x)=-\frac{1}{16}$ şi $f(-2)=-\frac{1}{16}$ **1p**

Justifică f continua pe R, deci f admite primitive . **1p**

b) H este o primitivă a funcției $h \Rightarrow H'(x)=h(x)$, $\forall x\in(-\infty,-2)$. **1p**

Justifică $h(x)<0$, , $\forall x\in(-\infty,-2)$ şi deduce h descrescătoare **1p**

c) Stabileşte că o primitivă a funcției g are forma $G(x)=\frac{(4e)^x}{\ln(4e)}\cdot e^2+c$, $c\in R$ **1p**

Determină $c=1$ şi deduce $G(x)=\frac{(4e)^x}{\ln(4e)}\cdot e^2+1$ **1p**