

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA A XII-A
BAREM DE CORECTARE
Filiera tehnologică – Profil tehnic

SUBIECTUL I

a) Din faptul că legea admite element neutru deduce $x(-me-3) + 2e + 2 = 0, \forall x \in R$ **1p**
de unde $m = 3$ **1p**

b) Din $x, y \in G \Rightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right)\left(y - \frac{2}{3}\right) > 0$ **1p**

de unde $-\frac{3}{5}\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(y - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} < \frac{2}{3}$ **1p**

de unde deduce $x * y \in \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ **1p**

c) $\left(-\frac{2012}{2013}\right) * \left(-\frac{2011}{2012}\right) * \dots * \left(-\frac{1}{2}\right) * 0 * \left(\frac{1}{2}\right) * \dots * \left(\frac{2012}{2013}\right) \stackrel{**}{=} \text{asociativa} =$
 $\left[\left(\frac{-2012}{2013}\right) * \dots * \left(\frac{1}{2}\right)\right] * \frac{2}{3} * \left[\left(\frac{3}{4}\right) * \dots * \left(\frac{2012}{2013}\right)\right] =$ **1p**
 $= x * \frac{2}{3} * y = \frac{2}{3}$ **1p**

SUBIECTUL II

a) Deduce $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + 1) \in G$ **2p**

b) $A^2(1006) = A(1006) \cdot A(1006) = A(2013)$ **1p**

Determină elementul neutru al grupului $A(-1)$ **1p**

Determină simetricul elementului $A^2(1006)$ ca fiind $A(-2015)$. **1p**

c) $f : G \rightarrow (0, \infty), f(x) = 2^{x+1}$ este un morfism între grupurile (G, \cdot)
și $((0, \infty), \cdot) \Leftrightarrow f(A(x) \cdot A(y)) = f(A(x)) \cdot f(A(y)), \forall A(x), A(y) \in G$ **1p**
demonstrează relația **1p**

SUBIECTUL III

a) Pentru $m = 2$ avem pentru $x > 0$ $\int f(x) \cdot \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx = \int \left(x + 2 + \frac{9}{x}\right) dx$ 1p

$= \frac{x^2}{2} + 2x + 9 \ln x + C.$ 1p

b) $\int \frac{f(x)}{\sqrt{1+x^2}} dx = \int \left(1 + \frac{8}{1+x^2}\right) dx$ 1p

$= x + 8 \arctg x + C$ 1p

c) $\int \left(f(x) - \frac{b}{\sqrt{1+x^2}}\right) dx = (ax+m)\sqrt{1+x^2} + C \Leftrightarrow$ funcția $G: R \rightarrow R, G(x) = (ax+m)\sqrt{1+x^2}$

este primitivă a funcției $g: R \rightarrow R, g(x) = \frac{x^2 + mx + 9 - b}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow G'(x) = g(x), \forall x \in R$ 1p

Deduce $a = \frac{1}{2}, b = \frac{17}{2}$ 2p

SUBIECTUL IV

a) Calculează $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x) = -\frac{1}{16}$ 1p

Calculează $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} f(x) = -\frac{1}{16}$ și $f(-2) = -\frac{1}{16}$ 1p

Justifică f continua pe R , deci f admite primitive. 1p

b) H este o primitivă a funcției $h \Rightarrow H'(x) = h(x), \forall x \in (-\infty, -2)$. 1p

Justifică $h(x) < 0, \forall x \in (-\infty, -2)$ și deduce h descrescătoare 1p

c) Stabilește că o primitivă a funcției g are forma $G(x) = \frac{(4e)^x}{\ln(4e)} \cdot e^2 + c, c \in R$ 1p

Determină $c = 1$ și deduce $G(x) = \frac{(4e)^x}{\ln(4e)} \cdot e^2 + 1$ 1p