Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Şcolar al Judeţului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA A XII-A
Filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţe ale naturii
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

a)Din faptul că legea admite element neutru deduce $x(-me-3)+2e+2=0, \forall x \in R$ **1p**

de unde $m=3$ **1p**

b)Din $x, y \in G \Rightarrow \left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)>0$ **1p**

de unde $-\frac{3}{5}\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}<\frac{2}{3}$ **1p**

de unde deduce $x*y \in G$ **1p**

c) Din f morfism obține $\frac{a}{5}(2x+2y-3xy+2)+b=a^2xy+abx+aby+b^2$ **1p**

Obține $a=-\frac{3}{5}$ şi $b=\frac{2}{5}$ **1p**

SUBIECTUL II

a)Obține $X=-\frac{4}{3}I_2$ **2p**

b)Demonstrează $A*B=\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & 0 \\ d & c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & x \end{pmatrix}$ unde $x=ac+2a+2c+2,\ y=bc+ad+2b+2d$

(prin calcul direct sau observând că $A=aI_2+bT$, unde $T=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}$) **1p**

Demonstrează $x \neq 2\ \ \forall a \neq 2, c \neq 2$, de unde deduce $A*B \in G$ **1p**

c)Determină elementul neutru al legii $-I_2$ **1p**

Stabileşte că orice element $A=\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix} \in G$ este simetrizabil în raport cu legea "$*$"

(datorită faptului că $a \neq -2$) şi că simetricul său este elementul $A' = \begin{pmatrix} a' & 0 \\ b' & a' \end{pmatrix}$, unde

$a'=-2+\frac{1}{a+2}$, $b'=-\frac{b}{(a+2)^2}$ **1p**

Justifică $a' \neq -2$, de unde $A' \in G$ **1p**

SUBIECTUL III

a) Pentru $m=2$ avem $\int f(x)\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}}{2x}dx=\int\left(\frac{3x}{2}+1+\frac{3}{2x}\right)dx$ **1p**

$=\frac{3x^2}{4}+x+\frac{3}{2}\ln x+C$. **1p**

b) Orice primitivă a funcției *f* este crescătoare $\Leftrightarrow$ $f(x)\geq 0$, $\forall x\in R$ **1p**

Deduce $m\in[-6,6]$ **1p**

c) $\int f(x)\,dx=(ax+m)\sqrt{1+x^2}+b\int\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx.\Leftrightarrow$ Funcția $G:R\to R, G(x)=(ax+m)\sqrt{1+x^2}$

este primitivă a funcției $g:R\to R$, $g(x)=\frac{3x^2+mx+3-b}{\sqrt{1+x^2}}$ $\Rightarrow$ $G'=g$ **1p**

Deduce $a=b=\frac{3}{2}$ **2p**

SUBIECTUL IV

a) Calculează $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x<-2}}f(x)=\frac{1}{16}$

1p

Calculează $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x>-2}}f(x)=\frac{1}{16}$ şi $f(-2)=\frac{1}{16}$ **1p**

Justifică f continua pe R, deci f admite primitive **1p**

b) Exemplifică două funcții $g,h:R\to R$ care nu admit primitive , dar pentru care suma lor $g+h$ admite primitive. **1p**

c)Stabileşte că o primitivă a funcției f are forma $F(x)=\begin{cases}-\frac{1}{16}\left(\frac{x^2}{2}+x\right)+c_1, & x<-2\\ \frac{(4e)^x}{\ln(4e)}\cdot e^2+c_2, & x\geq-2\end{cases}$ **1p**

în condițiile în care $c_1=\frac{(4e)^{-2}}{\ln(4e)}+c_2$ **1p**

din $F(-4)=-\frac{1}{4}$ deduce $c_1=0$, finalizează **1p**