Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Școlar al Județului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA A XI-A
BAREM DE CORECTARE
Filiera tehnologică – Profilul servicii, resurse naturale şi protecția mediului

SUBIECTUL I

a) $f(B)=AB-BA=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ **2p**

b) Fie $X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\in M_2(R)$ soluție a ecuației $f(X)=O_2$

$\Rightarrow\begin{pmatrix}2 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}2a & 2b\\ 3a+2c & 3b+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+3b & 2b\\ 2c+3d & 2d\end{pmatrix}$ **2p**

Deduce $X=\begin{pmatrix}a & 0\\ c & a\end{pmatrix}\in M_2(R)$ **1p**

c) Din $f(C)=f(D)=O_2\Rightarrow AC=CA$ şi $AD=DA$ şi cum înmulțirea matricelor din $M_2(R)$ asociativă $\Rightarrow A(CD)=(AC)D=(CA)D=C(AD)=C(DA)=(CD)A\Rightarrow$ CD este soluție a ecuației $f(X)=O_2$. **2p**

SUBIECTUL II

a) $\Delta(0,1,-1)=\begin{vmatrix}0 & 1 & 4\\ 1 & 4 & 9\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix}$ **1p**

= -8 **1p**

b) $\Delta(x,y,z)=\begin{vmatrix}x^2 & (x+1)^2 & (x+2)^2\\ y^2 & (y+1)^2 & (y+2)^2\\ z^2 & (z+1)^2 & (z+2)^2\end{vmatrix}$ **1p**

deduce $\Delta(x,y,z)=-4\begin{vmatrix}1 & x & x^2\\ 1 & y & y^2\\ 1 & z & z^2\end{vmatrix}=-4(x-y)(y-z)(z-x)$ **2p**

c) $A_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}a & (a+1)^2 & 1\\ a+1 & (a+2)^2 & 1\\ a+2 & (a+3)^2 & 1\end{vmatrix}\right|$ **1p**

=1 **1p**

SUBIECTUL III

a) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)=4-a$, $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)=0$ şi **1p**

$\exists \lim\limits_{x\to 2} f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$ şi deduce $a=4$ **1p**

b) Pentru $a=-1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=0+1=1$ **1p**

$\Rightarrow y=1$ asimptotă orizontală spre $-\infty$ **1p**

c) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} \dfrac{f(x)}{x^2-6x+8}=-2\ln 2$ **2p**

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \dfrac{f(x)}{x^2-2x}=\dfrac{1}{4}$ **1p**

SUBIECTUL IV

a) $\lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x<\frac{3}{5}}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x<\frac{3}{5}}} \dfrac{\sqrt{(3a-1)^2x^2+x+1}}{5x-3}=-\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x>\frac{3}{5}}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x>\frac{3}{5}}} \dfrac{\sqrt{(3a-1)^2x^2+x+1}}{5x-3}=\infty$ **1p**

$\Rightarrow x=\dfrac{3}{5}$ asimptotă verticală bilaterală **1p**

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2\left[(3a-1)^2+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right]}}{x\left(5-\frac{3}{x}\right)}=\dfrac{-|3a-1|}{5}$ **1p**

$=\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x\sqrt{\left[(3a-1)^2+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right]}}{x\left(5-\frac{3}{x}\right)}$ **1p**

$=\dfrac{-|3a-1|}{5}$ **1p**

Deduce $a_1=-3\in\left(-\infty,\dfrac{1}{6}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},\infty\right)$, $a_2=\dfrac{11}{3}\in\left(-\infty,\dfrac{1}{6}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},\infty\right)$. Deci $a\in\left\{-3;\dfrac{11}{3}\right\}$ **2p**