

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
*etapa locală – 9 februarie 2013*  
**CLASA A XI-A**  
**Filiera tehnologică: profil tehnic**

**SUBIECTUL I**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ , și funcția

$$f : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R}), \quad f(X) = AX - XA.$$

- Să se calculeze  $f(B)$ .
- Să se rezolve în  $M_2(\mathbb{R})$  ecuația  $f(X) = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- Să se demonstreze că dacă  $C, D \in M_2(\mathbb{R})$  astfel încât  $f(C) = f(D) = O_2$  atunci matricea  $C \cdot D$  este soluție a ecuației  $f(X) = 0$ .

**SUBIECTUL II**

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+1)^2$  și determinantul

$$\Delta(x, y, z) = \begin{vmatrix} x^2 & f(x) & f(x+1) \\ y^2 & f(y) & f(y+1) \\ z^2 & f(z) & f(z+1) \end{vmatrix}$$

- Calculați  $\Delta(0, 1, -1)$ .
- Arătați că  $\Delta(x, y, z) = -4(x-y)(y-z)(z-x)$ .
- Fie A, B, C trei puncte de pe graficul funcției  $f$  având abscisele  $a, a+1$ , respectiv  $a+2$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ . Calculați aria triunghiului ABC.

**SUBIECTUL III**

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \begin{cases} 2^x - a & \text{dacă } x < 2 \\ \sqrt{x-1} - 1 & \text{dacă } x \geq 2 \end{cases}$

- Aflați parametrul real  $a$  astfel încât funcția  $f$  să aibă limită în punctul  $x = 2$ .
- Pentru  $a = -1$  să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției  $f$  spre  $-\infty$ .
- Pentru  $a = 4$  calculați  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{f(x)}{x^2 - 6x + 8} + \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{f(x)}{x^2 - 2x}$ .

**SUBIECTUL IV**

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{5} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{\sqrt{(3a-1)^2 x^2 + x + 1}}{5x-3}$ , unde  $a \in \left( -\infty, \frac{1}{6} \right] \cup \left[ \frac{1}{2}, \infty \right)$ .

- Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
- Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru efectiv trei ore.
- Pentru fiecare problemă rezolvată se acordă 7 puncte

**Vă dorim succes !**

prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș