

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**etapa locală – 9 februarie 2013**

**Filiera teoretică: profil real, specializarea științe ale naturii**

**CLASA A XI-A**

**SUBIECTUL I**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ , și funcția  $f : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ ,

$$f(X) = AX - XA.$$

- a) Să se calculeze  $f(B)$ .
- b) Să se rezolve ecuația  $f(X) = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- c) Să se demonstreze că dacă  $X \in M_2(\mathbb{R})$  este soluție a ecuației  $f(X) = O_2$  atunci matricea  $X^n \in M_2(\mathbb{R})$  este soluție a ecuației, pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**SUBIECTUL II**

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+1)^2$  și determinantul :

$$\Delta(x, y, z) = \begin{vmatrix} x^2 & f(x) & f(x+1) \\ y^2 & f(y) & f(y+1) \\ z^2 & f(z) & f(z+1) \end{vmatrix}$$

- a) Calculați  $\Delta(0, 1, -1)$ .
- b) Arătați că  $\Delta(x, y, z) = -4(x-y)(y-z)(z-x)$ .
- c) Fie A, B, C trei puncte de pe graficul funcției  $f$  având abscisele  $a, a+1$ , respectiv  $a+2$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ . Calculați aria triunghiului ABC.

**SUBIECTUL III**

Fie  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{e}, & x \in (-\infty, 2] \setminus \{0\} \\ a + \ln(x-1), & x \in (2, \infty) \end{cases}$$

- a) Aflați parametrul real  $a$  astfel încât funcția  $f$  să aibă limită în punctul  $x = 2$ .
- b) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
- c) Pentru  $a = 0$  calculați  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{f(x)}{x^2 - 5x + 6} + \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{\ln(x-1)}{x^2 - 4}$ .

**SUBIECTUL IV**

Fie funcția  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{(3a-1)^2 x^2 + x + 1}}{5x - 3}$ , unde  $D$  este domeniul maxim de definiție al funcției.

- a) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care domeniul maxim de definiție al funcției este  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{5} \right\}$ .
- b) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru efectiv trei ore.  
Pentru fiecare problemă rezolvată se acordă 7 puncte

**Vă dorim succes !**

*prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș*