

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**etapa locală – 9 februarie 2013**  
**CLASA A XII-A**

**Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Științe Sociale**

**SUBIECTUL I**

Se consideră matricea  $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 2 \\ 1 \leq j \leq 2}}$  unde  $A = a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{j+1} i, & i \neq j \\ (-1)^{i-1} j, & i = j \end{cases}$ .

- a) Scrieți explicit matricea  $A$  și demonstrați că  $A^2 + A^3 = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- b) Calculați  $A + 2A^2 + 3A^3 + \dots + 10A^{10}$ , unde  $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- c) Arătați că există o infinitate de matrici  $X$  care verifică relația:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2013 \\ 2013 \end{pmatrix}$ . Aflați matrice  $X_0$  care este soluție a ecuației și are suma elementelor egală cu 0.

**SUBIECTUL II**

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ ,  $f(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2 + x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a)  $(f(1))^t + f(1) - 2f(-1)$ , unde  $A^t$  reprezintă transpusa matricei  $A$ .
- b) Determinați  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & x \end{pmatrix} \cdot f(x) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$
- c) Demonstrați că  $f(x) \cdot f(y) = f(x + y)$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

**SUBIECTUL III**

Considerăm o unitate economică care fabrică următoarele produse: șuruburi, piulițe, burghie. Pentru obținerea lor se utilizează trei tipuri de resurse: R1 (forța de muncă), R2 (mijloacele de muncă), R3 (materii prime). În tabelul următor se dau consumurile specifice (măsurate în unități monetare) pentru fiecare parte, precum și prețurile de vânzare.

Resurse	Șuruburi	Piulițe	Burghie
R1	1,25	0,5	1,5
R2	0,75	1	2
R3	2	1,5	3
Preț	4	2	10

- a) Știind că  $A$  este matricea consumurilor specifice, iar cererea de produse de la două firme F1, F2 este dată de

matricea  $X = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 100 & 200 \\ 200 & 180 \end{pmatrix}$  (pe coloana întâi cererea firmei 1, iar pe a doua a firmei 2) aflați elementul de pe linia

a doua și coloana întâi a matricei  $AX$  explicați semnificația lui.

- b) În condițiile de la punctul a) găsiți o operație matriceală cu ajutorul căreia se poate determina suma (în unități monetare) pe care o va încasa producătorul de pe urma vânzării tuturor produselor solicitate de către firma F1. Care va fi beneficiul său în acest caz? (beneficiul = încasări - cheltuieli). Cum ar fi mai avantajos, să onoreze comanda firmei F1, sau a firmei F2?

c) Cunoscând faptul că producătorul dispune de un capital maxim de 1400 unități monetare pentru achiziționarea de materii prime și că în mod obligatoriu trebuie să producă 100 burghie, iar piulițe dublul cantității de șuruburi, aflați numărul maxim de șuruburi pe care-l poate produce.

*Notă:*

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru efectiv trei ore.*
- *Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 9 puncte*
- *Oficiu 1punct.*

**Vă dorim succes !**

*prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș*