



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
16.02.2013  
CLASA a VI-a

**SUBIECTUL I**

- Arătați că produsul tuturor divizorilor naturali ai numărului 2013 este pătrat perfect.
- Fie un număr natural  $p$  care se divide cu 6, dar nu se divide cu 4 și nu se divide cu 9.
  - Arătați că  $p$  nu este pătrat perfect.
  - Arătați că produsul tuturor divizorilor naturali ai numărului  $p$  este pătrat perfect.

**SUBIECTUL al II-lea**

Fie  $A, C, D, B$ , coliniare în această ordine, astfel încât,  $[AD] \equiv [CB]$ , iar  $M$  mijlocul segmentului  $[CD]$ . Construim  $FC \perp AB$  și  $ED \perp AB$ , astfel încât,  $[FC] \equiv [ED]$ , iar  $F$  și  $E$  sunt situate în semiplane opuse determinate de dreapta  $AB$ . Fie  $CS \perp FB$ , cu  $S \in FB$  și  $DR \perp AE$ , cu  $R \in AE$ . Să se arate că:

- Segmentele  $[AB]$  și  $[DC]$  au același mijloc;
- $[RE] \equiv [SF]$ ;
- Punctele  $S, M, R$  sunt coliniare.

**SUBIECTUL al III-lea**

Fie un triunghi  $VAL$ , dreptunghic în  $V$ , cu  $VA < VL$ . Fie  $E, C, M$  mijloacele segmentelor  $[AL], [EL]$ , respectiv,  $[VE]$ . Mediatoarele segmentelor  $[VE]$  și  $[EL]$  se intersectează în  $I$ . Fie  $IC \cap VL = \{R\}$ . Se știe că  $\sphericalangle REL \equiv \sphericalangle EVL$ . Să se arate că:

- $\sphericalangle REL \equiv \sphericalangle RLE$ ;
- Triunghiul  $VIL$  este isoscel;
- $IE$  este mediatoarea segmentului  $[MC]$ .

**SUBIECTUL al IV-lea**

Spunem că o mulțime  $X$  de numere naturale are proprietatea  $(P)$ , dacă suma oricăror trei elemente din  $X$  este un număr prim.

- Arătați că mulțimea  $\{11; 29; 49; 59\}$  nu are proprietatea  $(P)$ .
- Dați un exemplu de mulțime cu proprietatea  $(P)$ , de forma  $A = \{5; 7; a; b\}$ .
- Arătați că nu există mulțimi  $X$  cu proprietatea  $(P)$ , astfel încât  $\text{card } X \geq 5$ .

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii și se notează cu puncte de la 0 la 7.**

**Timp de lucru: 2 ore.**