



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2013
CLASA a VII-a

SUBIECTUL I

- a) Arătați că $\frac{2k-1}{2k} < \frac{2k}{2k+1}$, oricare ar fi k număr natural nenul.
- b) Fie $p = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100}$. Aflați zecimea din scrierea zecimală a numărului p .
- c) Arătați că $\frac{1}{2\sqrt{2013}} < \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{4025}{4026} < \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{4026}}$.

SUBIECTUL al II-lea

- a) Determinați numărul real a , știind că $\sqrt{5(a-6)^2} = 20$.
- b) Calculați $\sqrt{8-2\sqrt{15}} + \sqrt{8+2\sqrt{15}}$.
- c) Determinați numerele raționale x și y , astfel încât
- $$\frac{\sqrt{25(x-6)^2 - 10\sqrt{1006009}}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{9(y+2)^2 - 30\sqrt{40401}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{8-2\sqrt{15}}.$$

SUBIECTUL al III-lea

Fie patrulaterul convex $ABCD$ cu $AC \cap BD = \{O\}$ și punctele E, F, M, N, P, R mijloacele segmentelor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$, $[AC]$, respectiv, $[BD]$.
Demonstrați că:

- a) Patrulaterul $MNEF$ este paralelogram.
- b) Dreptele ME, NF, PR sunt concurente.
- c) $ON + OF = \frac{AD + BC}{2} \Leftrightarrow OE + OM = \frac{AB + CD}{2}$.

SUBIECTUL al IV-lea

În triunghiul ABC cu $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$, $[AD]$ este mediană cu $D \in (BC)$ și $E \in (AB)$, astfel încât $CE \perp AB$. Fie $AD \cap CE = \{T\}$ și $BT \cap AC = \{F\}$. Pe latura $[AC]$ există un punct G egal depărtat de AB și BC . Să se arate că:

- a) $BC = 2 \cdot DF$;
- b) $DE^2 = \frac{BE \cdot AB}{2}$;
- c) $\frac{1}{CG} - \frac{1}{BC} = \frac{1}{AC}$.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii și se notează cu puncte de la 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore.**