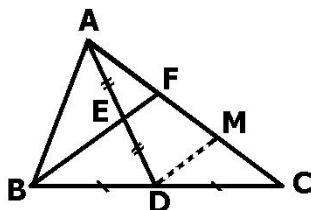


Concursul de matematică „Leon Birnbaum”
24 mai 2013
Soluții clasa a VII-a

1. Fie $a^2 + b^2 + c^2 = x$, $ab + bc + ca = y$ 2p
 Membrul stâng devine $(x + y)^2$ 2p
 $(a + b + c)^2 = x + 2y$ 2p
 Membrul drept devine $y^2 + (x + 2y) \cdot x =$ 2p
 $= y^2 + x^2 + 2xy =$ 1p
 $= (x + y)^2$ 1p

2.



- Figura 1p
 Ducem $DM \parallel BF$ 2p
 În $\triangle ADM$, EF este linie mijlocie 2p
 Așadar, $AF = FM$ (1) 1p
 În $\triangle BFC$, DM este linie mijlocie 2p
 Așadar, $CM = FM$ (2) 1p
 Din (1) și (2) se obține $AF = \frac{1}{3} AC$ 1p

3. $x = \underbrace{444\dots4}_{n \text{ cifre}}$ 1p
 $y = \underbrace{111\dots1}_{2n \text{ cifre}}$ 1p
 Notăm $\underbrace{111\dots1}_{n \text{ cifre}} = a$ 2p
 $x + y + 1 = \underbrace{444\dots4}_{n \text{ cifre}} + \underbrace{111\dots1}_{2n \text{ cifre}} + 1 = 4a + a \cdot 10^n + a + 1 =$ 2p
 $= 5a + a \cdot 10^n + 1 = 5a + a + \underbrace{999\dots9}_{n \text{ cifre}} \cdot a + 1 = 6a + 9a \cdot a + 1 =$ 2p
 $= (3a + 1)^2 = (\underbrace{333\dots3}_{n \text{ cifre}} + 1)^2 = \underbrace{33\dots34}_{n \text{ cifre}}^2$ 2p

Notă: Oricare altă soluție corectă se punctează corespunzător.