# OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

## Faza locală – 16.02.2013

## CLASA a VII-a

1. a) Dacă a și b sunt două numere întregi, determinați mulțimea $A=\left\{a^b \middle| ab-1=a+b\right\}$.

   b) Există $n\in\mathbb{Z}$ pentru care numerele $\frac{3n+1}{4}$ și $\frac{5n-3}{4}$ să fie simultan întregi?

Vasile Chiș, Reșița

2. Demonstrați că $\frac{3}{1\cdot 2}+\frac{4}{2\cdot 3}+\frac{5}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{n+2}{n\cdot(n+1)}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{n}\right)<2$, $\forall n\in\mathbb{N}, n\geq 2$.

RMCS nr. 29/2009

3. În paralelogramul ABCD considerăm punctele M și P, mijloacele segmentelor $[AB]$ și respectiv $[BC]$.
   a) Dacă punctul E este simetricul lui D față de punctul P, arătați că punctele A, B, E sunt coliniare.
   b) Dacă aria triunghiului BMP este de $24\,cm^2$, calculați aria patrulaterului cu vârfurile în punctele A, C, D, P.

Vasile Chiș, Reșița

4. Se consideră trapezul isoscel ABCD în care $AB \parallel CD$ și $AB=2\cdot CD$. Se notează cu M și N mijloacele bazei mari, respectiv bazei mici, iar P un punct pe segmentul $(MN)$ pentru care $\measuredangle BPM \equiv \measuredangle ABC$. Să se arate că dreapta AP este perpendiculară pe DM.

RMCS nr. 25/2008