S.S.M.R - FILIALA MURES

Olimpiada de matematică
Faza locală 9.02.2013
Clasa a VII-a

Subiectul I.

Să se determine toate numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, pătrate perfecte, ştiind că $\sqrt{\overline{0,x(yz)}+\overline{0,z(xy)}+\overline{0,y(zx)}}$ este un număr natural nenul.

Subiectul II.

a) Calculaţi suma $S=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+......+\frac{1}{2012\cdot 2013}$.

b) Determinaţi x astfel încât $\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x+\frac{1}{6}\right|+\left|x-\frac{1}{12}\right|+\left|x+\frac{1}{20}\right|=\frac{4}{5}$

c) Demonstraţi că pentru orice număr raţional x, are loc inegalitatea:

$$\left|x-\frac{1}{1\cdot 2}\right|+\left|x+\frac{1}{2\cdot 3}\right|+\left|x-\frac{1}{3\cdot 4}\right|+.......+\left|x-\frac{1}{2011\cdot 2012}\right|+\left|x+\frac{1}{2012\cdot 2013}\right|\geq\frac{2012}{2013}$$

Subiectul III.

Prin punctul E situat pe diagonala AC a paralelogramului ABCD se duce o paralelă la BD care intersectează dreptele AB, BC, CD, DA în punctele M,N,P,Q. Demonstraţi că:

a) MQ+PN= constant

b) AM·CN=AQ·CP

Subiectul IV.

Demonstraţi că nu există numere naturale x, y, z pentru care
$x+3y+5z=2012$ şi $x^2+y^2+3z^2=2013$.

(Gazeta Matematică)

Notă.

Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se notează cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.

Propunători: prof.Gînţa Vasile , Căpuşan Cornelia, Ştefan Cornel, Crăciun Hajnal