CONCURSUL DE MATEMATICA APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

26 ianuarie 2013

CLASA A IX-A

Programa TC+CD (3 ore/săpt)

1.) **a)** Să se determine mulţimea $M=\left\{x\in\mathbb{N}\left|\frac{x-2013}{x+2013}\in\mathbb{N}\right.\right\}$.

b) Arătaţi că: $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}$, $\forall a,b\in\mathbb{R}$ şi $\forall x,y\in\mathbb{R}_+^*$

2.) Considerăm şirul $(a_n)_{n\in N^*}$, $a_n=3n+2$.

a) Să se arate că şirul $(a_n)_{n\in N^*}$ este o progresie aritmetică!

b) Să se calculeze suma primilor 100 termeni!

c) Să se determine $n\in\mathbb{N}$ astfel încât: $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+...+\frac{1}{a_{n-1}a_n}=\frac{2012}{30205}$

3.) Se consideră funcţiile $f,g:R\to R$, $f(x)=ax+b$, $g(x)=bx+a$, cu $a,b\in N$, $a>b\geq 1$

În sistemul de coordonate xOy fie punctul *A* intersecţia graficelor celor două funcţii. Dacă graficul funcţiei *f* taie axa *Oy* în punctul *B*, iar graficul funcţiei *g* în punctul *C*, să se arate că triunghiul *ABC* nu este dreptunghic şi să se calculeze aria triunghiului.

4.) Fie patrulaterul *ABCD* şi $E\in(AC)$, $F\in(BD)$, astfel încât $AE=2EC$ şi $BF=2FD$.

Să se arate că:

a) $\overrightarrow{FE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DE}$

b) $9\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{DA}+4\overrightarrow{DC}$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore