CONCURSUL DE MATEMATICA APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

26 ianuarie 2013

CLASA A XI-A

Programa M2

1.) Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ o matrice.

a) Să se demonstreze că există $a \in R$ astfel încât $A^2 = aA$!

b) Să se calculeze matricea $\left(A - A^t\right)^{2013}$!

c) Să se rezolve ecuaţia $X^5 = A,\ X \in M_2(R)$!

2.) Se consideră funcţia $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Să se determine domeniul maxim de definiţie şi asimptotele funcţiei *f*.

3.) Să se rezolve în mulţimea numerelor naturale următoarea ecuaţie:

$$\begin{vmatrix} n! & (n+1)! & (n+2)! \\ (n+1)! & (n+2)! & (n+3)! \\ (n+2)! & (n+3)! & (n+4)! \end{vmatrix} = (n!)^3 \cdot \left(n^2 + 3n + 2\right) \cdot (n + 12)$$

4.) Fie funcţia $f : R \to R,\ f(x) = ax^2 + bx + c,\ a,b,c \in R,\ a \neq 0,\ b^2 - 4ac > 0$.

Să se calculeze, în funcţie de *a*, *b*, *c* aria triunghiului *AVB*, unde *A* şi *B* sunt punctele de intersecţie ale graficului funcţiei *f* cu axa *Ox*, iar *V* este vârful parabolei reprezentând funcţia *f*.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore