

CLASA A X-A – ENUNȚURI

1. Arătați că pentru orice număr natural nenul n există o mulțime de numere complexe A_n , având n elemente, astfel încât corespondența $x \rightarrow f(x) = x^2$ să definească o funcție bijectivă $f : A_n \rightarrow A_n$.

2. Aflați $a, b, c \in \mathbb{R}$ pentru care mulțimea soluțiilor ecuației

$$a \sin x + \sin 3x + b \sin 5x + c \sin 7x = 0$$

este

$$\left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Laurențiu Panaitopol

3. Considerăm un număr real $a > 0, a \neq 1$.

a) Arătați că șirul $\left(\frac{a^n - 1}{n} \right)_{n \geq 1}$ este strict crescător.

b) Arătați că funcția $f : \mathbb{Q}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dată de $f(x) = \frac{a^x - 1}{x}$ este injectivă.

4. Aflați toate perechile (a, b) de numere naturale pentru care numărul $3^a + 7^b$ este pătrat perfect.