

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
 "ADOLF HAIMOVICI"**

etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A IX-A

Filiera tehnologică – Profilul tehnic – Toate specializările profesionale

BAREM DE NOTARE ȘI CORECTARE

SUBIECTUL I

1.	a) $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}$	1p
	b) $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{4}{6}$	1p
2.	Etapa de verificare Etapa de demonstrație $P(k) \rightarrow P(k+1)$ $p(k) : \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k}$ $p(k+1) : \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) =$ $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+1}{2k} \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) =$ $\frac{k+1}{2k} \cdot \frac{k(k+2)}{(k+1)^2} = \frac{k+2}{2k+2},$ Concluzia	1p 1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL II

1. a)	$x = 1 - \frac{4}{n+2} \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{N} \Leftrightarrow n \in \{0, 2\} \Rightarrow A = \{-1, 0\}$ $B = \{2, 3\}$	2p 1p
b)	$D = \{-3, -2, 0\} \Rightarrow \text{card}D = 3$	1p
2.	$E = a-2 + b-3 + 4-c $ $= -a + 2 - b + 3 + c - 4 = 1$	1p 2p

SUBIECTUL III

a)		<p>E este mijlocul lui AD $\Rightarrow \overline{BE} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BD})$</p>	2p
b)	<p>D este mijlocul lui BC $\Rightarrow \overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} \Rightarrow \overline{BE} = \frac{1}{2}\left(\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}\right) = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{4}\overline{BC}$</p> <p>$\frac{AF}{FC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{BF} = \frac{1}{3}\overline{BC} + \frac{2}{3}\overline{BA} =$</p>	1p	2p
c)	<p>$\overline{BF} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{4}\overline{BC}\right) = \frac{4}{3}\overline{BE} \Rightarrow B, E, F$ coliniare și $\frac{BE}{BF} = \frac{3}{4}$</p>	2p	

SUBIECTUL IV

<p>Fie n numărul cercurilor ce alcătuiesc ținta, iar r_1, r_2, \dots, r_n razele cercurilor componente ale ținte.</p>	1p
<p>Observăm că razele cercurilor sunt termenii unei progresii geometrice cu $r_1 = 2,013, r_2 = 2r_1$</p>	1p
<p>$\Rightarrow r_n = r_1 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 2,013 \cdot 2^{n-1} \leq \frac{402,6}{2}$</p>	2p
<p>$\Rightarrow 2^n \leq 200, n \in \mathbf{N} \Rightarrow n = 7$</p>	3p