

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"
 etapa locală – 9 februarie 2013
 CLASA A IX-A

Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Științe Sociale
 BAREM DE NOTARE ȘI CORECTARE

SUBIECTUL I

1.	a) $p(2): " 1-2 < 1" \Leftrightarrow 1 < 1$, fals $q(3): "1 \leq \frac{2 \cdot 3 - 1}{2} < 2" \Leftrightarrow "1 \leq \frac{5}{2} < 2"$, fals $\Rightarrow p(2) \wedge q(3)$ fals	1p 1p
	b) $ 1-x < 1 \Leftrightarrow x \in (0, 2)$, $1 \leq \frac{2x-1}{2} < 2 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ $A \cap B = (0, 2) \cap \left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left[\frac{3}{2}, 2\right)$	2p 1p
2.	$E = a-2 + b-3 + 4-c $ $= -a + 2 - b + 3 + c - 4 = 1$	1p 1p

SUBIECTUL II

Fie a_1 numărul de cuvinte din prima propoziție. Observă că numerele de cuvinte de pe fiecare rând al strofei sunt termenii unei progresii aritmetice cu rația 2, iar $S_n = 2013, n = 33$	2p
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \Rightarrow a_1 = 29$	5p

SUBIECTUL III

1. a)	$x = 1 - \frac{4}{n+2} \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{N} \Leftrightarrow n \in \{0, 2\} \Rightarrow A = \{-1, 0\}$ $B = \{2, 3\}$	1p 1p
b)	$D = \{-3, -2, 0\} \Rightarrow \text{card}D = 3$	1p
2.	$a > a - 1$ a, b fiind numere pozitive, avem $\frac{2ab}{a+b} < b \Leftrightarrow ab < b^2 \Leftrightarrow b(a-b) < 0$ (Adev) Similar se arată $a < \frac{2ab}{a+b}$ $\Rightarrow a - 1 < a < \frac{2ab}{a+b} < b \Rightarrow [a, b] \cap \left(a - 1, \frac{2ab}{a+b}\right) = \left[a, \frac{2ab}{a+b}\right)$	1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL IV

a)	$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot b_1 = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) = \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) = 1 - \frac{1}{81} = \frac{80}{81}$	2p
b)	$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot b_n = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{3^{2^n}}\right) = \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{3^{2^n}}\right)$ $= \dots = \left(1 - \frac{1}{3^{2^n}}\right) \left(1 + \frac{1}{3^{2^n}}\right) = 1 - \frac{1}{3^{2^{n+1}}}$	2p 1p
c)	$\left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot b_n - 1\right] \cdot 9^4 = \left(1 - \frac{1}{3^{2^{n+1}}} - 1\right) \cdot 9^4 = -3^{8-2^{n+1}} \in \mathbf{Z}$ $\Rightarrow 8 - 2^{n+1} \geq 0 \Leftrightarrow n \in \{0, 1, 2\}$	1p 1p