Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Şcolar al Județului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A X-A

Filiera tehnologică – Profilul tehnic– Toate specializările profesionale

BAREM DE NOTARE ŞI CORECTARE

SUBIECTUL I

1.	$a=1$, $b=9^{\log_3\sqrt{4}}=3^{2\log_3\sqrt{4}}=4$, $c=\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}}4}=4$ Ecuația devine $x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow x\in\{-2\}$	**2p** **1p**
2.	$a=\log_{5c}2=\frac{\log_2 2}{\log_2 5c}=\frac{1}{\log_2 5+\log_2 c}\Rightarrow a(\log_2 5+\log_2 c)=1$ (*) $b=\log_4 3c=\frac{\log_2 3c}{\log_2 4}=\frac{\log_2 3+\log_2 c}{2}\Rightarrow 2b=\log_2 3+\log_2 c\Rightarrow \log_2 c=2b-\log_2 3$ (**) Înlocuind (**) în (*) obținem $2ab+a\log_2\frac{5}{3}=1$. Orice altă relație echivalentă corectă se punctează	**1p** **2p** **1p**

SUBIECTUL II

a)	$\left(\sqrt{3}+\sqrt{3}^{-1}\right)^2=3+2+3^{-1}=\frac{16}{3}$, $\left(\sqrt{3}-\sqrt{3}^{-1}\right)^2=3-2+3^{-1}=\frac{4}{3}$ $\left(3^2-3^{-2}\right)^2-\left(3^2+3^{-2}\right)^2=\cancel{3^4}-2\cdot3^2\cdot3^{-2}+\cancel{3^{-4}}-\cancel{3^4}-2\cdot3^2\cdot3^{-2}-\cancel{3^{-4}}=-4$ $y=6\cdot\frac{20}{-12}=-10$	**1p** **1p** **1p**
b)	$x=2013^{\frac{a-b}{ab}}\cdot2013^{\frac{b-c}{bc}}\cdot2013^{\frac{c-a}{ca}}=2013^{\frac{a-b}{ab}+\frac{b-c}{bc}+\frac{c-a}{ca}}=2013^0=1$	**3p**
c)	$(x-y-10)^{2013}-(-x+y+10)^{2+0+1+3}=1^{2013}-(-1)^6=0$	**1p**

SUBIECTUL III

1. $\frac{1+i}{1-i}=-i$	**2p**
2. $1+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2013}=1+(-i)+(-i)^2+\ldots+(-i)^{2013}=$ $=\frac{(-i)^{2014}-1}{-i-1}=\frac{-2}{-i-1}=1-i$	**2p** **3p**

SUBIECTUL IV

1.	**a)** $z=(3m+i)i-(-1-mi)=3mi-1+1+mi=4mi\in\mathbf{R}\Rightarrow m=0$ **b)** $\frac{1}{z}=\frac{1}{4mi}=-\frac{1}{4m}i$. Cum $m\in\mathbf{R}^*\Rightarrow z\in\mathbf{C}\setminus\mathbf{R}$	**1p** **1p**
2.	$\operatorname{Im}\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}=0\Leftrightarrow\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}=\frac{\overline{z_1}+\overline{z_2}}{1+\overline{z_1}\,\overline{z_2}}\Leftrightarrow z_1+z_2+z_1\overline{z_1}\,\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\overline{z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}+z_1\overline{z_1}z_2+z_1z_2\overline{z_2}$. Deoarece $\lvert z_1\rvert=1,\lvert z_2\rvert\Rightarrow z_1\cdot\overline{z_1}=1,\ z_2\cdot\overline{z_2}=1$ şi atunci relația cerută este adevarată .	**1p** **2p** **1p**