

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"**  
*etapa locală – 9 februarie 2013*  
**CLASA A X-A**

**Filiera tehnologică – Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului**  
**BAREM DE NOTARE ȘI CORECTARE**

**SUBIECTUL I**

<b>1.</b>	$a = 1, b = 9^{\log_3 \sqrt{4}} = 3^{2 \log_3 \sqrt{4}} = 4, c = \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_3 4} = 4$ Ecuația devine $x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2\}$	<b>2p</b>
		<b>1p</b>
<b>2.</b>	$a = \log_{5c} 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 5c} = \frac{1}{\log_2 5 + \log_2 c} \Rightarrow a(\log_2 5 + \log_2 c) = 1$ (*) $b = \log_4 3c = \frac{\log_2 3c}{\log_2 4} = \frac{\log_2 3 + \log_2 c}{2} \Rightarrow 2b = \log_2 3 + \log_2 c \Rightarrow \log_2 c = 2b - \log_2 3$ (**) Înlocuind (**) în (*) obținem $2ab + a \log_2 \frac{5}{3} = 1$ . Orice altă relație echivalentă corectă se punctează	<b>1p</b>
		<b>2p</b>
		<b>1p</b>

**SUBIECTUL II**

<b>a)</b>	$(\sqrt{3} + \sqrt{3}^{-1})^2 = 3 + 2 + 3^{-1} = \frac{16}{3}, (\sqrt{3} - \sqrt{3}^{-1})^2 = 3 - 2 + 3^{-1} = \frac{4}{3}$ $(3^2 - 3^{-2})^2 - (3^2 + 3^{-2})^2 = \cancel{3^4} - 2 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2} + \cancel{3^4} - \cancel{3^4} - 2 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2} - \cancel{3^4} = -4$ $y = 6 \cdot \frac{20}{-12} = -10$	<b>1p</b>
		<b>1p</b>
		<b>1p</b>
<b>b)</b>	$x = 2013^{\frac{a-b}{ab}} \cdot 2013^{\frac{b-c}{bc}} \cdot 2013^{\frac{c-a}{ca}} = 2013^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} = 2013^0 = 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$(x - y - 10)^{2013} - (-x + y + 10)^{2+0+1+3} = 1^{2013} - (-1)^6 = 0$	<b>1p</b>

**SUBIECTUL III**

<b>1.</b>	$\frac{1+i}{1-i} = -i$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	$1 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right) + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2013} = 1 + (-i) + (-i)^2 + \dots + (-i)^{2013} =$ $= \frac{(-i)^{2014} - 1}{-i - 1} = \frac{-2}{-i - 1} = 1 - i$	<b>2p</b>
		<b>3p</b>

**SUBIECTUL IV**

<b>1.</b>	<b>a)</b> $z = (3m + i)i - (-1 - mi) = 3mi - 1 + 1 + mi = 4mi \in \mathbf{R} \Rightarrow m = 0$ <b>b)</b> $\frac{1}{z} = \frac{1}{4mi} = -\frac{1}{4m}i$ . Cum $m \in \mathbf{R}^* \Rightarrow z \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{R}$	<b>1p</b>
		<b>1p</b>
<b>2.</b>	$\text{Im} \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbf{R}$ $\Leftrightarrow \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} = \frac{\overline{z_1 + z_2}}{\overline{1 + z_1 z_2}} \Leftrightarrow z_1 + z_2 + z_1 \overline{z_1 z_2} + z_1 \overline{z_2 z_1} = \overline{z_1} + \overline{z_2} + z_1 \overline{z_1 z_2} + z_1 \overline{z_2 z_1}$ . Deoarece $ z_1  = 1,  z_2  = 1 \Rightarrow z_1 \cdot \overline{z_1} = 1, z_2 \cdot \overline{z_2} = 1$ și atunci relația cerută este adevărată.	<b>1p</b>
		<b>2p</b>
		<b>1p</b>