Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Şcolar al Judeţului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A X-A

Filiera tehnologică – Profilul servicii, resurse naturale şi protecția mediului

SUBIECTUL I

1. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $ax^2+bx+c=0$, unde

$$a=\log_{20}4+\log_{20}5;\quad b=9^{\log_3\sqrt{4}};c=\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}}4};$$

2. Să se determine o relație între *a* şi *b* independentă de *c*, unde

$$a=\log_{5c}2,\ b=\log_4 3c,\ c>0,\ 5c\neq 1.$$

SUBIECTUL II

Fie numerele $x=2013^{\frac{a-b}{ab}}\cdot 2013^{\frac{b-c}{bc}}\cdot 2013^{\frac{c-a}{ca}}$, $a,b,c\in\mathbf{N},\ ab,\ bc,\ ca\geq 2$,

$$y=6\cdot\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{3}^{-1}\right)^2+\left(\sqrt{3}-\sqrt{3}^{-1}\right)^2}{\left(3^2-3^{-2}\right)^2-\left(3^2+3^{-2}\right)^2}$$

a) Arătați că $y=-10$.

b) Demonstrați că valoarea numărului *x* nu depinde de alegerea numerelor naturale a,b,c.

c) Calculați $(x-y-10)^{2013}-(-x+y+10)^{2+0+1+3}$.

SUBIECTUL III

1. Scrieți sub formă algebrică numărul $\frac{1-i}{1+i}$;

2. Calculați $1+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2+...+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2013}$.

SUBIECTUL IV

1. Fie $z=(3m+i)i-(-1-mi), m\in\mathbf{R}$.

a) Să se determine $m\in\mathbf{R}$ astfel încât $z\in\mathbf{R}$;

b) Să se demonstreze că pentru orice $m\in\mathbf{R}^*$ avem $\frac{1}{z}\in\mathbf{C}\setminus\mathbf{R}$.

2. Fie $z_1,z_2\in\mathbf{C}\setminus\mathbf{R}, |z_1|=|z_2|=1$. Să se demonstreze că $\operatorname{Im}\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}=0, z_1z_2\neq -1$;

Notă: •*Toate subiectele sunt obligatorii.*
•*Timp de lucru efectiv trei ore.*
•*Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)*

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timis