

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
*etapa locală – 9 februarie 2013*  
**CLASA A X-A**

**Filiera teoretică – Profilul real – Specializarea Științe ale naturii**

**SUBIECTUL I**

Fie numerele  $x = \sqrt[ab]{2013^{a-b}} \cdot \sqrt[bc]{2013^{b-c}} \cdot \sqrt[ca]{2013^{c-a}}$ ,  $a, b, c \in \mathbb{N}$ ,  $ab, bc, ca \geq 2$ ,

$$y = 6 \cdot \frac{\left(3^{\frac{1}{2}} + 3^{-\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(3^2 - 3^{-2}\right)^2 - \left(3^2 + 3^{-2}\right)^2}$$

- a) Arătați că  $y = -10$ .
- b) Demonstrați că valoarea numărului  $x$  nu depinde de alegerea numerelor naturale  $a, b, c$ .
- c) Calculați  $(x - y - 10)^{2013} - (-x + y + 10)^{2+0+1+3}$ .

**SUBIECTUL II**

1. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $ax^2 + bx + c = 0$  unde:

$$a = 3 \log_{\frac{1}{3}} 9\sqrt[3]{3}; \quad b = 9^{\log_3 \sqrt{16}}; \quad c = -4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 9+1}.$$

2. Să se demonstreze că dacă  $x, y, z > 0$  sunt distincte două câte două și  $\frac{\lg x}{y-z} = \frac{\lg y}{z-x} = \frac{\lg z}{x-y}$  atunci  $x^x \cdot y^y \cdot z^z = 1$ .

3. Să se calculeze  $S = \left( \frac{1}{\log_5 2 \cdot \log_5 2^2} + \frac{1}{\log_5 2^2 \cdot \log_5 2^3} + \dots + \frac{1}{\log_5 2^{n-1} \cdot \log_5 2^n} \right) \cdot \log_5^2 2$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$

și să se determine  $n$  astfel încât  $S = \frac{2012}{2013}$ .

**SUBIECTUL III**

Fie numerele complexe  $z_1 = 1 - i$  și  $z_2 = \frac{-9i - 1}{-5i + 4}$

- a) Scrieți numărul  $z_1$  sub forma trigonometrică.
- b) Scrieți numărul  $z_2$  sub formă algebrică.
- c) Rezolvați ecuația  $(4 - 5i)z^4 + 1 + 9i = 0$ .

**SUBIECTUL IV**

Se consideră sumele  $S_1 = \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{2\pi}{4} + \dots + \cos \frac{2016\pi}{4}$ ,  $S_2 = \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{2\pi}{4} + \dots + \sin \frac{2016\pi}{4}$

și numărul complex  $z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ .

- a) Calculați  $z^2, z^{2016}$ .
- b) Calculați  $S_1 + iS_2$ .

Notă: •Toate subiectele sunt obligatorii.

•Timp de lucru efectiv trei ore.

•Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)

**Vă dorim succes !**

*prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș*