

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
 "ADOLF HAIMOVICI"**

etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A X-A

Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Științe Sociale

BAREM DE NOTARE ȘI CORECTARE

SUBIECTUL I

1.	$a=1, b=9^{\log_3 \sqrt{4}} = 3^{2\log_3 \sqrt{4}} = 4, c=5^{\log_5 4} = 4$ Ecuția devine $x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2\}$	2p 1p
2.	$x = \frac{\sqrt{4}(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5})} + \frac{\sqrt{4}(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{7})} = 2\sqrt{2}$ $y = \sqrt{3^2} - (\sqrt{2} - 1)^2 = 2\sqrt{2}$ $x + y = 4\sqrt{2} \Rightarrow (x + y)^2 = 32$	2p 1p 1p

SUBIECTUL II

a)	$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}, (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{6}$ $(3^2 - 3^{-2})^2 - (3^2 + 3^{-2})^2 = \cancel{3^4} - 2 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2} + \cancel{3^4} - \cancel{3^4} - 2 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2} - \cancel{3^4} = -4$ $y = 6 \cdot \frac{20}{-12} = -10$	1p 1p 1p
b)	$x = 2013^{\frac{a-b}{ab}} \cdot 2013^{\frac{b-c}{bc}} \cdot 2013^{\frac{c-a}{ca}} = 2013^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} = 2013^0 = 1$	3p
c)	$(x - y - 10)^{2013} - (-x + y + 10)^{2+0+1+3} = 1^{2013} - (-1)^6 = 0$	1p

SUBIECTUL III

a)	$E_1(1) + E_2(1) = \log_2 1 + \log_2 2 = 1$	1p
b)	$E_n(1) = \log_2 1 + \log_2 2 + \log_2 4 + \dots + \log_2 2^{n-1} = 1 + 2 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$	2p
c)	$E_{2013}(x) = \log_2 x + \log_2 2x + \log_2 4x + \dots + \log_2 2^{2012} x =$ $= \log_2 x + \log_2 2 + \log_2 x + \log_2 4 + \log_2 x + \dots + \log_2 2^{2012} + \log_2 x =$ $= 2013 \log_2 x + \log_2 2 + \log_2 4 + \dots + \log_2 2^{2012} =$ $= 2013 \log_2 x + 1 + 2 + \dots + 2012 = 2013 \log_2 x + 1006 \cdot 2013$ Atunci $E_{2013}(x) = 2013 \cdot 1008 \Leftrightarrow 2013 \log_2 x + 1006 \cdot 2013 = 2013 \cdot 1008$ $\Rightarrow \log_2 x = 2 \Rightarrow x = 4$	1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL IV

1.	$a = \log_4 (\log_5 5^4) = 1, b = \log_{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \log_{\sqrt{2}} 2 = 2$ $c = \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 4} \cdot \frac{\log_2 6}{\log_2 5} \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 6} \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 7} = \log_2 8 = 3$ Verifică : 1,2,3 progresie aritmetică	1p 2p 1p
2.	$\lg(2x + y) = \frac{1}{2} \lg(2x) + \frac{1}{2} \lg(4y) \Rightarrow \lg(2x + y) = \frac{1}{2} \lg(8xy) \Rightarrow (2x + y)^2 = 8xy$ $\Rightarrow (2x - y)^2 = 0 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$	2p 1p