MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII ŞI TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL ,,VASILE ALECSANDRI”

CONCURSUL NAŢIONAL DE GEOMETRIE “GHEORGHE ŢIŢEICA” EDIŢIA a IV – a, BACĂU - 2013

Clasa a X-a

"Citiţi pe Euler, el este Maestrul nostru, al tuturor!" - P. Laplace

1) a) *Fie O, G, H centrul cercului circumscris, centrul de greutate, respectiv ortocentrul unui triunghi ABC. Dacă prin z_X înţelegem afixul punctului X, arătaţi că* $|z_H - z_G| = 2 \cdot |z_G - z_O|$.

b) *Fie A', B', C' punctele de intersecţie dintre bisectoarele interioare ale unghiurilor $\widehat{A}, \widehat{B}$, respectiv $\widehat{C}$ cu cercul circumscris triunghiului ABC. Arătaţi că centrul cercului circumscris triunghiului ABC, centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$ şi centrul cercului înscris în triunghiul ABC sunt trei puncte coliniare.*

"Problemele de minim şi de maxim mă atrag pentru că ele idealizează problemele noastre zilnice." - George Polya (1887-1985)

2) *Fie P un punct în interiorul unui cerc. Două perpendiculare variabile ce trec prin P intersectează cercul în punctele A şi B. Găsiţi locul geometric al mijlocului segmentului AB.*

"Se desenează pe nisip un cerc/ După aceea se izbeşte cu fruntea nisipul/
şi i se cere iertare cercului" - Nichita Stănescu (1933-1983)

3) *Fie $A_1A_2...A_n$ un poligon convex înscris într-un cerc de centru O şi rază R. Să se arate că pentru fiecare punct M din planul poligonului următoarea inegalitate este adevarată:*

$$\prod_{k=1}^{n} MA_k \leq (OM^2 + R^2)^{n/2}.$$