MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII ŞI TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI BACĂU
COLEGIUL NAŢIONAL ,,VASILE ALECSANDRI"

CONCURSUL NAŢIONAL DE GEOMETRIE "GHEORGHE ŢIŢEICA" EDIŢIA a IV – a, BACĂU - 2013

Clasa a VII-a

"Matematica este guvernată de inegalităţi, egalitatea ar fi mai degrabă un caz particular." - George Polya (1887-1985)

1) *Într-un triunghi ABC cu unghiurile B şi C ascuţite, iar AD este înălţimea dusă din A pe BC, are loc relaţia:*

$$2AD < (AB + AC)\sqrt{2} - |AB - AC|.$$

"Gândirea este o pasăre a înălţimilor care, în colivia cuvintelor, izbuteşte doar să-şi desfăşoare aripile, dar nu poate zbura." - K. Gibran (1883-1931)

2) *Fie B' şi C' punctele de intersecţie dintre bisectoarele exterioare ale unghiurilor A şi C, respectiv A şi B ale unui triunghi ABC, iar D şi E picioarele perpendicularelor duse din B' şi C' pe AC, respectiv AB. Să se arate că:*

a) *$AD = p - c$ şi $AE = p - b$, unde $p = \frac{a+b+c}{2}$, iar a, b, c sunt lungimile laturilor BC, CA, respectiv AB.*

b) *dacă $BD = CE$, atunci triunghiul ABC este isoscel.*

"Se desenează pe nisip un cerc
după care se taie în două...
După aceea se izbeşte cu fruntea nisipul
şi i se cere iertare cercului." - Nichita Stănescu (1933-1983)

3) *Într-un cerc de centru O şi rază R se consideră mulţimea coardelor perpendiculare AB şi CD, concurente într-un punct P, având proprietatea*

$$AB^2 + CD^2 = k \in \mathbb{R}_+^* \qquad (*)$$

Determinaţi mulţimea punctelor P ce verifică proprietatea $(*)$.