CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ„ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța, 16.02.2013
filiera teoretică: profil umanist, toate specializările
Clasa a XII-a

Subiectul 1

Într-un semestru, Dana şi Mihai au luat 40 de note fiecare şi la sfârşitul semestrului au obţinut aceeaşi medie finală. Notele luate de Dana şi Mihai sunt de 7, 8, 9 şi 10. Numărul notelor de 7, de 8, de 9 şi de 10 luate de Dana este respectiv egal (în aceeaşi ordine strictă) cu numărul notelor de 10, de 7, de 8 şi de 9 luate de Mihai. Câte note de 10 a luat Mihai?

Subiectul 2

Fie matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 2-x & x-1 \\ 2-2x & 2x-1 \end{pmatrix}$, $x\in\mathbf{R}$.

a) Să se calculeze $A(x)\cdot A(y)$, $x, y\in\mathbf{R}$.

b) Să se arate că $A^n(x)=A(x^n)$, pentru orice $n\in\mathbf{N}$, $n\geq 2$.

c) Să se determine $x\in\mathbf{R}$ astfel încât $A^{2013}(x)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Subiectul 3

Fie funcţia $f:\mathbf{R}\to M_2(\mathbf{R})$, $f(x)=\begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2+x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se calculeze ${}^t(f(1))+f(1)-2f(-1)$, unde ${}^tA$ reprezintă transpusa matricei A.

b) Să se determine $x\in\mathbf{R}$ astfel încât $\begin{pmatrix} 1 & 1 & x \end{pmatrix}\cdot f(x)\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}=(0)$.

c) Să se demonstreze că $f(x)\cdot f(y)=f(x+y)$, pentru orice $x, y\in\mathbf{R}$.

Subiectul 4

Să se determine matricele $X\in M_2(\mathbf{R})$ care verifică relaţia $X^2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$.

Notă:
Timp de lucru: 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu