

Concursul Național de Matematică Aplicată ” Adolf Haimovici ”,

16 februarie 2013

filiera teoretică: profil real: Științe ale naturii

cl. a IX-a

Varianta 3

1. a) Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie geometrică, $a_1 = 3, a_6 = 96$. Să se calculeze suma:

$$S_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \quad \text{b)}$$

Într-un șir oarecare, suma primilor n termeni este dată de formula: $S_n = 3n^2 - 6n + 8, n \in \mathbf{N}^*$.

i) să se determine termenul general al șirului.

ii) este acest șir o progresie aritmetică?

(***)

2. Dacă $\frac{4}{37} = a_0 a_1 a_2 a_3 \dots$,

a) determinați a_{2012}

b) calculați $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2012}$

c) demonstrați că $[2a_{2011}(a_{2013} - a_{2011})^n + 3a_{2011}(a_{2013} - 3a_{2011})^{n-1} - 1] : a_{2013}, n \in \mathbf{N}^*$

(prof. Gheorghe Mațincu)

3. Rezolvați ecuația $|x - 2012| + [x + 2012] = 4024$ (prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a lui a)

(Suplimentul Gazetei Matematice nr. 9/2012)

4. Se dă patrulaterul convex $ABCD$ în care E, F sunt mijloacele diagonalelor $[AC]$ și $[BD]$. Să se arate că $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{EF}$.

(***)

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.