

Concursul Național de Matematică Aplicată ” Adolf Haimovici ”,

16 februarie 2013

filiera teoretică: profil UMAN

cl. a X-a

Varianta 3

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4^x - 6 \cdot 2^x - 1$.

(2p) a) Arătați că $f(x) = (2^x - 3)^2 - 10$.

(2p) b) Arătați că funcția f nu este injectivă și nu este surjectivă.

(3p) c) Rezolvați ecuația $f(x) = 15$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{1-x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$.

(2p) a) Determinați mulțimea D pe care este definită expresia $E(x)$.

(3p) b) Arătați că $E(x) = \frac{2\sqrt{1-x}}{2x-1}$.

(2p) c) Calculați $E\left(\frac{3}{4}\right)$.

3. (7p) Arătați că numărul $a = \log_{25} 100 \cdot \log_{16} 25 - 2 \log_{16} 5 \in \mathbb{Q}$.

4. (7p) Funcția $P(t) = 132 \cdot e^{-0,07t}, P: [0; 15] \rightarrow \mathbb{R}$ modelează scăderea pulsului unui alergător după terminarea unei curse (bătăi ale inimii pe minut). La cât timp după terminarea cursei, pulsul ajunge la 66 de bătăi pe minut. (Se consideră $\ln 2 \approx 0,7$).

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.