

Concursul Național de Matematică Aplicată ” Adolf Haimovici ”,

16 februarie 2013

filiera tehnologic: toate profilurile

cl. a XI-a Varianta 3

1. Se consideră punctele $A_n(n, n^2)$, unde $n \in \mathbb{N}$.

- Să se determine ecuația dreptei A_0A_1 .
- Să se calculeze aria triunghiului $A_0A_1A_2$.
- Să se arate că pentru orice $m, n, p \in \mathbb{N}$, distincte două câte două, aria triunghiului $A_mA_nA_p$ este un număr natural

2. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- Să se determine A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.
- Să se demonstreze că $A^3 = 4A^2 - 5A + 2I_3$, $A^3 = A^2 \cdot A$.
- Să se calculeze determinantul matricei $mA^2 + nA + pI_3$, unde m, n, p numere reale.

3. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Cătălin construiește noi matrice, plecând de la A astfel; În prima

etapă, alege cinci elemente ale lui A , cărora le schimbă semnul; În continuare, poate efectua de oricâte ori dorește următoarele operații: fie adună la o linie elementele unei alte linii, fie adună la o coloană elementele unei alte coloane.

- Arătați că determinantul matricei obținută după prima etapă este 0,4 sau -4.

b) Poate Cătălin obține matricea $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$.

a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$

b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.