

Concursul Național de Matematică Aplicată ” Adolf Haimovici ”,

16 februarie 2013

filiera tehnologic: toate profilurile

cl. a XII-a

Varianta 3

1. Fie  $I_n = \int x^n \cdot e^x dx$

a) Să se calculeze  $I_0, I_1$  și  $I_2$ .

b) Să se demonstreze că  $I_n = x^n \cdot e^x - nI_{n-1}, \forall n \geq 2$ .

2. Se consider funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^x + x^2, & x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$

a) Să se arate că funcția  $f$  admite primitive pe  $\mathbb{R}$ .

b) Să se calculeze  $I = \int_{-1}^0 xf(x)dx$ .

3.a). Să se determine  $a \in \mathbb{Z}_8, a^5 = a$  și  $b \in \mathbb{Z}_8$  cu proprietatea  $b^5 = \hat{0}$ .

b) Să se rezolve ecuația  $\hat{2}x + \hat{3} = \hat{7}$  în mulțimea  $\mathbb{Z}_8$ .

c) Să se determine suma elementelor inversabile din mulțimea  $\mathbb{Z}_8$ .

4. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \nabla y = 3^{x+y-1}$

a) Calculați  $2013 \nabla (-2010)$ .

b) În mulțimea numerelor naturale rezolvați ecuația  $(3x) \nabla x^2 = 27$ .

c) Determinați numerele naturale  $x, y$  pentru care  $(x^2 + 1) \nabla (-y^2) = 1$

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.