Concursul Naţional de Matematică Aplicată " Adolf Haimovici ",

16 februarie 2013

filiera teoretică: profil UMAN

cl. a XII-a

Varianta 3

1. Pe multimea numerelor reale definim legile de compozitie $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ si

$x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.

a) Sa se verifice ca $(x * 2) - (3 \circ x) = -1, \forall x \in R$;

b) Stiind ca e_1 este elementul neutru în raport cu legea "*" si e_2 este elementul

neutru în raport cu legea "o" sa se calculeze $e_1 * e_2 + e_1 \circ e_2$.

(arhiva concursului A.Haimovici)

2. Pe multimea numerelor reale R se considera legea de compozitie $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$.

a) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă.

b) Ştiind că $x_0 \in Q$ şi $x_n = x_0 * x_{n-1}$, oricare ar fi $n \in N^*$, să se arate că $x_7 \in Q$

(selectată de prof. Opriş Adonia)

3. În multimea $M_2(R)$ se considera egalitatea $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$. Sa se arate ca daca a_1, a_2, a_3, a_4 sunt in progresie aritmetica , atunci $b_2 - b_1, b_3 - b_2, b_4 - b_3$ sunt in progresie aritmetica.

(arhiva concursului A.Haimovici)

4. Fie funcţia $f : M_2(\Re) \to M_2(\Re)$ definită prin $f(A) = A + A^T$, unde A^T este transpusa matricei A.

a) Să se demonstreze că $(A + B)^T = A^T + B^T$, oricare ar fi $A, B \in M_2(\Re)$.

b) Să se determine matricele $A \in M_2(\Re)$ pentru care $f(A) = O_2$

(selectată de prof. Opriş Adonia)

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.