

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

filiera teoretică: profil real, specializarea științe ale naturii

Clasa a X-a

Subiectul 1

a) Fie $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$.

Sa se arate ca $x^3 + 3x - 4 = 0$ si x este numar natural

b) Sa se calculeze suma $S = [\lg 1] + [\lg 2] + [\lg 3] + \dots + [\lg 2013]$

Subiectul 2

Fie functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 3x + m, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$.

a) Determinati m astfel incat functia sa fie bijectiva.

b) Pentru $m = 1$, determinati inversa functiei.

Subiectul 3

a) Daca $2 \lg(x - 3y) = \lg 4 + 2 \lg y$, calculati $\frac{x}{y}$.

b) Daca $60^a = 3$ si $60^b = 5$, calculati: $12^{\frac{1-a-b}{2(1-b)}}$

Subiectul 4

a) Fie ecuatia $z^2 - 2z + 2 = 0$ si z_1, z_2 radacinile ei. Aratati ca $z_1^n + z_2^n \in \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}$ si aflati $z_1^{2013} + z_2^{2013}$.

b) Sa se rezolve ecuatia $z^{2013} = \bar{z}$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu